Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра Математики

УТВЕРЖДАЮ
Начальник учебно-методического управления
Александрова Елена Борисовна
Подписано цифровой подписью: Александрова Елена Борисовна
«31» октября 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Высшая математика

направление подготовки/специальность 38.03.05 Бизнес-информатика

направленность (профиль)/специализация образовательной программы Бизнес-аналитика

Форма обучения очная

Санкт-Петербург, 2024

1. Цели и задачи освоения дисциплины (модуля)

Целью освоения дисциплины является обеспечение обучающихся математическими знаниями и умениями, необходимыми для решения основных задач профессиональной деятельности.

Задачами освоения дисциплины являются:
- повышение общей математической культуры обучающихся;
- развитие логического и аналитического мышления обучающихся;
- осознание обучающимися роли математики в профессиональной деятельности;
- освоение обучающимися основных понятий и методов современной математики, необходимых для формализации и решения теоретических и практических задач в области экономики, финансов и бизнеса;
- формирование у обучающихся навыков использования технических средств и современного программного обеспечения для решения математических задач.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, обеспечивающие достижение планируемых результатов освоения ОПОП
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1 Определяет перечень задач для достижения поставленной цели	**знает** - основные разделы высшей математики для решения поставленных задач; **умеет** - формализовать поставленную задачу; - применять основные математические методы в решении поставленных задач. **владеет** - иметь навыки оценки адекватности математической модели путем сравнения с экспериментальными данными и результатами решения тестовых задач.
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.3 Предлагает способ и средство решения задачи профессиональной деятельности с учётом ресурсов и ограничений	**знает** -математический аппарат, применяемый для решения основных профессиональных задач; **умеет** - выбирать способ решения поставленной задачи с учетом ресурсов и ограничений; **владеет** - математическими методами решения поставленных задач.
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.4 Составляет последовательность (алгоритм) решения задачи	**знает** - алгоритмы основных методов решения поставленных математических задач; **умеет** - применять алгоритмы основных методов решения поставленных математических задач; **владеет** - алгоритмами решения поставленных математических задач.

3. Указание места дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Данная дисциплина (модуль) включена в Блок «Дисциплины, модули» Б1.О.09 основной профессиональной образовательной программы 38.03.05 Бизнес-информатика и относится к обязательной части учебного плана.

Требования к предварительной подготовке обучающегося: обучающимися должна быть освоена программа математики в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего (полного) общего образования.

№ п/п	Последующие дисциплины	Код и наименование индикатора достижения компетенции
1	Научно-исследовательская работа	УК-4.1, УК-4.3, ОПК-6.1, ОПК-6.2
2	Финансовый менеджмент	ПК-2.3, ПК-2.4, ПК-4.1, ПК-4.2, ПК-4.3

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Вид учебной работы	Всего часов	Из них часы на практическую подготовку	Семестр		
			1	2	3
Контактная работа	192		64	64	64
Лекционные занятия (Лек)	80	0	32	16	32
Практические занятия (Пр)	112	0	32	48	32
Иная контактная работа, в том числе:	2,9		1,05	0,8	1,05
консультации по курсовой работе (проекту), контрольным работам (РГР)	1,2		0,4	0,4	0,4
контактная работа на аттестацию (сдача зачета, зачета с оценкой; защита курсовой работы (проекта); сдача контрольных работ (РГР))	1,2		0,4	0,4	0,4
контактная работа на аттестацию в сессию (консультация перед экзаменом и сдача	0,5		0,25		0,25
Часы на контроль	57,5		26,75	4	26,75
Самостоятельная работа (СР)	143,6		52,2	39,2	52,2
Общая трудоемкость дисциплины (модуля)					
часы:	396		144	108	144
зачетные единицы:	11		4	3	4

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по разделам (темам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Тематический план дисциплины (модуля)

№	Разделы дисциплины	Семестр	Контактная работа (по учебным занятиям), час.						СР	Всего, час.	Код индикатора достижения компетенции
			лекции		ПЗ		ЛР				
			всего	из них на практи-ческую подго-товку	всего	из них на практи-ческую подго-товку	всего	из них на практи-ческую подго-товку			
1.	1 раздел. Линейная и векторная алгебра.										

1.1.	Линейная алгебра.	1	6		4				8	18	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
1.2.	Векторная алгебра.	1	2		4				4	10	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
2.	2 раздел. Аналитическая геометрия.										
2.1.	Аналитическая геометрия на плоскости.	1			4				6	10	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
2.2.	Аналитическая геометрия в пространстве.	1	4		2				4	10	УК-2.3, УК-2.4, УК-2.1
3.	3 раздел. Введение в анализ.										
3.1.	Функции одной переменной.	1	4		6				6	16	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
4.	4 раздел. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.										
4.1.	Производная функции.	1	4		4				8	16	УК-2.1, УК-2.3
4.2.	Приложения производной.	1	8		4				10	22	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
5.	5 раздел. Функции нескольких переменных.										
5.1.	Функции нескольких переменных.	1	4		4				6,2	14,2	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
6.	6 раздел. Иная контактная работа - 1 семестр.										
6.1.	Иная контактная работа.	1								0,8	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
7.	7 раздел. Контроль - 1 семестр.										
7.1.	Экзамен.	1								27	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
8.	8 раздел. Комплексные числа.										
8.1.	Комплексные числа.	2	2						2	4	УК-2.1, УК-2.3
9.	9 раздел. Интегральное исчисление функции одной переменной.										
9.1.	Неопределенный интеграл.	2	2		16				12	30	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4

9.2.	Определенный интеграл.	2	4		8				4	16	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
9.3.	Несобственный интеграл.	2	2		4				2	8	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
10.	10 раздел. Дифференциальные уравнения.										
10.1.	Дифференциальные уравнения первого порядка.	2	2		8				6	16	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
10.2.	Дифференциальные уравнения высших порядков.	2	4		12				13,2	29,2	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
11.	11 раздел. Иная контактная работа - 2 семестр.										
11.1.	Иная контактная работа.	2								0,8	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
12.	12 раздел. Контроль - 2 семестр.										
12.1.	Зачет.	2								4	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
13.	13 раздел. Ряды.										
13.1.	Ряды.	3	8		8				12	28	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
14.	14 раздел. Теория вероятностей.										
14.1.	Случайные события.	3	6		12				14	32	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
14.2.	Случайные величины.	3	12		6				12	30	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
15.	15 раздел. Математическая статистика.										
15.1.	Элементы математической статистики.	3	6		6				14,2	26,2	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
16.	16 раздел. Иная контактная работа - 3 семестр.										
16.1.	Иная контактная работа.	3								0,8	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4
17.	17 раздел. Контроль - 3 семестр.										
17.1.	Экзамен.	3								27	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4

5.1. Лекции

№ разд	Наименование раздела и темы лекций	Наименование и краткое содержание лекций
1	Линейная алгебра.	Матрицы и определители. Системы линейных уравнений. Матрицы и действия над ними. Определители квадратных матриц. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Обратная матрица. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений и методы их решения. Критерий совместности систем линейных уравнений.
2	Векторная алгебра.	Векторы на плоскости и в пространстве. Векторы на плоскости и в пространстве. Линейные операции над векторами, свойства. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, свойства. Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов в координатной форме.
4	Аналитическая геометрия в пространстве.	Плоскость и прямая в пространстве. Уравнение плоскости в пространстве. Взаимное расположение плоскостей в пространстве: угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Прямая в пространстве и способы её задания. Угол между прямыми. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве: угол между прямой и плоскостью, условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Расстояние от точки до прямой.
5	Функции одной переменной.	Предел и непрерывность функции одной переменной. Понятие и способы задания функции, свойства функций. Классификация элементарных функций. Применение функций в экономике. Предел числовой последовательности. Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах, признаки существования предела. Замечательные пределы. Задача о непрерывном начислении процентов. Сравнение бесконечно малых величин. Эквивалентные бесконечно малые функции. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация. Основные теоремы о непрерывных функциях.
6	Производная функции.	Производная функции. Дифференциал функции. Определение производной. Ее геометрический и физический смысл. Экономический смысл производной, использование понятия производной в экономике. Правила дифференцирования. Производные элементарных функций. Производная сложной, обратной и параметрически заданной функций. Логарифмическое дифференцирование. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Производные и дифференциалы высших порядков. Непрерывность и дифференцируемость.
7	Приложения производной.	Использование производной для исследования функций. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя. Исследование функций при помощи производных. Монотонность и экстремумы функции. Необходимые и достаточные условия экстремума. Выпуклость и точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения графика.
8	Функции нескольких переменных.	Частные производные, полные дифференциалы и их приложения. Функции нескольких переменных. Область определения. Линии уровня. Предел функции нескольких переменных. Производные и

		дифференциалы функции нескольких переменных. Геометрический смысл частных производных. Производная сложной и неявно заданной функции нескольких переменных. Нормаль и касательная плоскость к поверхности. Производная по направлению функции нескольких переменных и градиент. Производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Экстремум функции нескольких переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции нескольких переменных в замкнутой области. Условный экстремум. Теорема Лагранжа.
11	Комплексные числа.	Комплексные числа. Определение комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами.
12	Неопределенный интеграл.	Первообразная и неопределённый интеграл. Понятие первообразной функции. Определение и свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов. Интегрирование разложением. Интегрирование методом замены переменной. Интегрирование по частям. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование рациональных алгебраических функций. Интегрирование некоторых иррациональных алгебраических функций.
13	Определенный интеграл.	Определенный интеграл и его приложения. Понятие определенного интеграла, его геометрический и экономический смысл. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем значении.Теорема Барроу и ее следствие. Формула Ньютона-Лейбница. Геометрические приложения определённого интеграла.
14	Несобственный интеграл.	Несобственный интеграл. Несобственный интеграл, определение, вычисление. Исследование сходимости несобственных интегралов первого и второго рода.
15	Дифференциальные уравнения первого порядка.	Основные виды дифференциальных уравнений первого порядка. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения и уравнения, приводящие к ним. Линейные дифференциальные уравнения. Уравнение Бернулли.
16	Дифференциальные уравнения высших порядков.	Некоторые виды дифференциальных уравнения высших порядков. Общие понятия о дифференциальных уравнениях второго порядка. Задача Коши. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка, свойства их решений. Однородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Структура общего решения однородного и неоднородного дифференциального уравнения второго порядка. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Метод вариации произвольных постоянных. Системы дифференциальных уравнений.
19	Ряды.	Числовые ряды. Степенные ряды. Числовой ряд, его сходимость, сумма. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости. Достаточные признаки сходимости рядов с положительным членами: (признаки сравнения,

		признак Даламбера, интегральный признак Коши). Знакочередующиеся ряды . Признак Лейбница для знакочередующихся рядов. Абсолютная и условная сходимость. Приближенное вычисление суммы ряда, различные способы оценки остатка ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал сходимости степенного ряда, свойства суммы степенного ряда. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд. Ряды Тейлора и Маклорена. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда Тейлора к порождающей функции. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа.. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена.
20	Случайные события.	Основные понятия теории вероятностей. Элементы комбинаторики: размещения, перестановки, сочетания. Понятие случайного события, виды событий. Алгебра событий. Классическое определение вероятности. Частота и вероятность появления события. Геометрическое определение вероятности. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность, теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности и формулы Байеса. Повторные испытания. Формула Бернулли. Асимптотические формулы: теорема Пуассона, Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
21	Случайные величины.	Характеристики случайных величин. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Ряд распределения случайной величины. Функция распределения случайной величины. Плотность распределения вероятностей. Числовые характеристики случайной величины. Виды распределения случайных величин: биномиальное распределение, геометрическое распределение, распределение Пуассона, равномерное распределение, показательное распределение, нормальное распределение. Распределения, связанные с нормальным распределением. Закон больших чисел. Предельные теоремы.
22	Элементы математической статистики.	Задачи математической статистики. Основные задачи математической статистики. Генеральная совокупность. Выборка. Вариационный ряд. Выборочная функция распределения. Выборочные числовые характеристики. Группированный вариационный ряд. Гистограмма. Интервальные оценки. Доверительный интервал для математического ожидания. Проверка статистических гипотез. Корреляция. Коэффициент корреляции. Регрессия. Выборочные линейные уравнения регрессии.

5.2. Практические занятия

№ разд	Наименование раздела и темы практических занятий	Наименование и содержание практических занятий
1	Линейная алгебра.	Действия над матрицами. Методы решения систем линейных уравнений. Арифметические действия над матрицами: сложение, вычитание, умножение на число, умножение матриц. Способы вычисления обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса.
2	Векторная алгебра.	Векторы, операции над векторами. Линейные операции над векторами. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов в координатной форме. Условия ортогональности, коллинеарности и компланарности

		векторов.
3	Аналитическая геометрия на плоскости.	Уравнение линии на плоскости. Декартова система координат на плоскости. Расстояние между двумя точками, деление отрезка в заданном соотношении. Виды уравнений прямой на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой. Линии второго порядка: эллипс, гипербола, парабола.
4	Аналитическая геометрия в пространстве.	Плоскость и прямая в пространстве. Уравнение плоскости в пространстве. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости. Виды уравнений прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
5	Функции одной переменной.	Предел функции. Раскрытие различных видов неопределенностей при вычислении пределов. Замечательные пределы. Использование эквивалентных бесконечно малых для вычисления пределов.
6	Производная функции.	Производная функции. Правила дифференцирования, таблица производных. Производные элементарных функций. Производная сложной, обратной и параметрически заданной функций. Уравнение касательной и нормали к кривой.
7	Приложения производной.	Использование производной для вычисления пределов и исследования функций. Раскрытие различных видов неопределенностей с использованием правила Лопиталя. Исследование функций при помощи производных. Монотонность и экстремумы функции. Необходимые и достаточные условия экстремума. Выпуклость и точки перегиба. Общая схема исследования функции и построения графика.
8	Функции нескольких переменных.	Частные производные, полные дифференциалы и их приложения. Частные производные функции нескольких переменных. Производная по направлению и градиент. Производные высших порядков. Экстремум функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области.
12	Неопределенный интеграл.	Методы интегрирования. Таблица неопределенных интегралов. Интегрирование разложением. Интегрирование методом замены переменной. Интегрирование по частям. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование рациональных алгебраических функций. Интегрирование некоторых иррациональных алгебраических функций.
13	Определенный интеграл.	Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и формула интегрирования по частям в определенном интеграле. Вычисление площадей плоских фигур, длин дуг, объемов тел вращения и площадей поверхностей вращения.
14	Несобственный интеграл.	Несобственные интегралы первого и второго рода. Исследование сходимости несобственных интегралов первого и второго рода.
15	Дифференциальные уравнения первого порядка.	Методы решения дифференциальных уравнений первого порядка. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.

		Однородные дифференциальные уравнения и уравнения, приводящие к ним. Решение линейных дифференциальных уравнений методом Бернулли и методом Лагранжа. Уравнение Бернулли.
16	Дифференциальные уравнения высших порядков.	Методы решения дифференциальных уравнений второго порядка. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Метод вариации произвольных постоянных.
19	Ряды.	Числовые ряды. Степенные ряды. Числовые ряды. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов. Сходимость знакопеременных рядов. Функциональные ряды.
20	Случайные события.	Вероятность случайного события. Элементы комбинаторики: размещения, перестановки, сочетания. Вероятность случайного события. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Формула полной вероятности и формулы Байеса. Повторные испытания. Формула Бернулли. Асимптотические формулы.
21	Случайные величины.	Характеристики случайных величин. Дискретная случайная величина. Непрерывная случайная величина. Нормальное распределение.
22	Элементы математической статистики.	Обработка статистических данных. Первичная статистическая обработка экспериментальных данных. Нахождение числовых характеристик. Анализ полученных результатов. Оценка соответствия закона распределения. Критерии согласия Пирсона, Колмогорова. Точечные оценки параметров распределения. Интервальные оценки параметров распределения. Построение регрессионной прямой по сгруппированным данным. Проверка значимости коэффициента корреляции.

5.3. Самостоятельная работа обучающихся

№ разд	Наименование раздела дисциплины и темы	Содержание самостоятельной работы
1	Линейная алгебра.	Действия над матрицами. Решение систем линейных уравнений. Изучение материала, решение задач.
2	Векторная алгебра.	Решение задач векторной алгебры. Изучение материала, решение задач.
3	Аналитическая геометрия на плоскости.	Решение задач геометрии на плоскости. Изучение материала, решение задач.
4	Аналитическая геометрия в пространстве.	Решение задач на плоскость и прямую в пространстве. Изучение материала, решение задач.
5	Функции одной переменной.	Вычисление пределов функций. Изучение материала, решение задач.
6	Производная функции.	Дифференцирование сложных, неявных и параметрически заданных функций. Изучение материала, решение задач.
7	Приложения	Исследование функций и построение графиков.

	производной.	Изучение материала, решение задач.
8	Функции нескольких переменных.	Дифференцирование функций нескольких переменных. Изучение материала, решение задач.
11	Комплексные числа.	Комплексные числа. Изучение материала, решение задач.
12	Неопределенный интеграл.	Вычисление неопределенных интегралов. Изучение материала, решение задач.
13	Определенный интеграл.	Вычисление площадей плоских фигур, длин дуг, объемов тел вращения. Изучение материала, решение задач.
14	Несобственный интеграл.	Несобственные интегралы первого и второго рода. Изучение материала, решение задач.
15	Дифференциальные уравнения первого порядка.	Решение дифференциальных уравнений первого порядка. Изучение материала, решение задач.
16	Дифференциальные уравнения высших порядков.	Решение дифференциальных уравнения второго порядка. Изучение материала, решение задач.
19	Ряды.	Ряды. Изучение материала, решение задач.
20	Случайные события.	Вычисление вероятностей случайных событий. Изучение материала, решение задач.
21	Случайные величины.	Определение закона распределения и вычисление числовых характеристик случайных величин. Изучение материала, решение задач.
22	Элементы математической статистики.	Обработка статистических данных. Изучение материала, выполнение индивидуального задания.

6. Методические материалы для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Программой дисциплины предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых даётся основной систематизированный материал, практических занятий, предполагающих закрепление изученного материала и формирование у обучающихся необходимых знаний, умений и навыков, и самостоятельная работа обучающихся.

В объём самостоятельной работы по дисциплине включается:

- изучение теоретических вопросов по всем темам дисциплины;
- подготовка к практическим занятиям;
- решение индивидуальных заданий контрольной работы по темам, изучаемым в семестре;
- подготовка к зачёту;
- подготовка к экзамену.

При подготовке к практическим занятиям в рамках самостоятельной работы по изучению дисциплины обучающимся необходимо:

- повторить законспектированный на лекционном занятии материал и дополнить его с учётом рекомендованной по данной теме литературы;
- при самостоятельном изучении теоретической темы сделать конспект, используя рекомендованные в РПД источники;
- выполнить практические задания в рамках изучаемой темы;
- выполнить индивидуальные задания контрольной работы в рамках изучаемой темы;
- подготовиться к промежуточной аттестации.

Учебным планом предусмотрены контрольные работы в 1, 2 и 3 семестре, включающие индивидуальные задания по всем темам дисциплины, изучаемым в семестре.

7. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины (модуля)	Код и наименование индикатора контролируемой компетенции	Вид оценочного средства
1	Линейная алгебра.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №1 по теме.
2	Векторная алгебра.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №1 по теме.
3	Аналитическая геометрия на плоскости.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №1 по теме.
4	Аналитическая геометрия в пространстве.	УК-2.3, УК-2.4, УК-2.1	Индивидуальные задания контрольной работы №1 по теме.
5	Функции одной переменной.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №1 по теме.
6	Производная функции.	УК-2.1, УК-2.3	Индивидуальные задания контрольной работы №1 по теме.
7	Приложения производной.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №1 по теме.
8	Функции нескольких переменных.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №1 по теме.

9	Иная контактная работа.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	
10	Экзамен.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	
11	Комплексные числа.	УК-2.1, УК-2.3	Тест.
12	Неопределенный интеграл.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №2 по теме.
13	Определенный интеграл.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №2 по теме.
14	Несобственный интеграл.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы № 2 по теме.
15	Дифференциальные уравнения первого порядка.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №2 по теме.
16	Дифференциальные уравнения высших порядков.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №2 по теме.
17	Иная контактная работа.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	
18	Зачет.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	
19	Ряды.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №2 по теме.
20	Случайные события.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №3 по теме.
21	Случайные величины.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №3 по теме.
22	Элементы математической статистики.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	Индивидуальные задания контрольной работы №3 по теме.
23	Иная контактная работа.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	
24	Экзамен.	УК-2.1, УК-2.3, УК-2.4	

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы текущего контроля успеваемости, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта профессиональной деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины

для проверки сформированности индикатора достижения компетенции УК-2.1, 2.3, 2.4.

Индивидуальные задания контрольных работ размещены: ЭИОС / Система дистанционного обучения СПбГАСУ / Курсы / Кафедры / Математика / Бакалавриат и специалитет / Высшая математика.

Индивидуальные задания контрольной работы № 1 по темам размещены в Приложении.

Индивидуальные задания контрольной работы № 2 по темам размещены в Приложении.

Индивидуальные задания контрольной работы № 3 по темам размещены в Приложении.

7.3. Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю) при проведении текущего контроля успеваемости

Оценка «отлично» (зачтено)	знания: - систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины, а также по основным вопросам, выходящим за пределы учебной программы; - точное использование научной терминологии, систематически грамотное и логически правильное изложение ответа на вопросы; - полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой по дисциплине (модулю) умения: - умеет ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку, используя научные достижения других дисциплин навыки: - высокий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций; - владеет навыками самостоятельно и творчески решать сложные проблемы и нестандартные ситуации; - применяет теоретические знания для выбора методики выполнения заданий; - грамотно обосновывает ход решения задач; - безупречно владеет инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке научных и практических задач; - творческая самостоятельная работа на практических/семинарских/лабораторных занятиях, активно участвует в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий
Оценка «хорошо» (зачтено)	знания: - достаточно полные и систематизированные знания по дисциплине; - усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой по дисциплине (модулю) умения: - умеет ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку; - использует научную терминологию, лингвистически и логически правильно излагает ответы на вопросы, умеет делать обоснованные выводы; - владеет инструментарием по дисциплине, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач навыки: - самостоятельная работа на практических занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий; - средний уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций; - без затруднений выбирает стандартную методику выполнения заданий; - обосновывает ход решения задач без затруднений

Оценка «удовлетворительно» (зачтено)	знания: - достаточный минимальный объем знаний по дисциплине; - усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой; - использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок умения: - умеет ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по дисциплине и давать им оценку; - владеет инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении типовых задач; - умеет под руководством преподавателя решать стандартные задачи навыки: - работа под руководством преподавателя на практических занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий; - достаточный минимальный уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций; - испытывает затруднения при обосновании алгоритма выполнения заданий
Оценка «неудовлетворительно» (не зачтено)	знания: - фрагментарные знания по дисциплине; - отказ от ответа (выполнения письменной работы); - знание отдельных источников, рекомендованных рабочей программой по дисциплине; умения: - не умеет использовать научную терминологию; - наличие грубых ошибок навыки: - низкий уровень культуры исполнения заданий; - низкий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций; - отсутствие навыков самостоятельной работы; - не может обосновать алгоритм выполнения заданий

7.4. Теоретические вопросы и практические задания для проведения промежуточной аттестации обучающихся, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта профессиональной деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

7.4.1. Теоретические вопросы для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Примерные вопросы

Экзамен -1 семестр (устно).

Контрольные вопросы для проведения промежуточной аттестации:

1. Функция одного аргумента. Основные элементарные функции. Число е. Сложная и обратная функция.

2. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства.

3. Предел функции, два определения. Основные теоремы о пределах функции. Признаки существования предела.

4. Непрерывность функции, два определения. Свойства функций, непрерывных в замкнутом промежутке.

5. Сравнение бесконечно малых величин. Замечательные пределы. Выражение числа через предел.

6. Определение производной. Ее геометрический и физический смыслы. Уравнение касательной и нормали к плоской кривой. Теорема о необходимом условии дифференцируемости функции.

7. Основные правила дифференцирования.

8. Производные сложной, обратной и параметрически заданной функций.

9. Производные от степенной, показательной и логарифмической функций.
10. Производные от тригонометрических и обратных тригонометрических функций.
11. Теорема Ферма.
12. Теорема Ролля. Ее геометрический смысл. Следствие.
13. Теорема Лагранжа.
14. Теорема Коши.
15. Различные виды неопределенностей и их раскрытие с помощью правила Лопиталя.
16. Необходимые и достаточные условия монотонности функции.
17. Экстремумы функции. Необходимое условие существования экстремума функции. Достаточные условия max и min функции одного аргумента.
18. Выпуклость и вогнутость кривой. Точки перегиба. Исследование функции на экстремум с помощью второй производной.
19. Асимптоты.
20. Дифференциал функции. Инвариантность формы дифференциала. Дифференциал длины дуги плоской кривой.
21. Функция нескольких переменных. Область ее определения в n-мерном Евклидовом пространстве и способы задания. Геометрическая трактовка. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
22. Частные производные функции нескольких переменных. Частные дифференциалы. Полный дифференциал.
23. Производная по направлению и ее связь с градиентом функции. Частные производные функции нескольких переменных как производные по направлению координатных осей.
24. Сложная функция нескольких переменных и ее производные - частная и полная.
25. Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности. Геометрическая трактовка полного дифференциала функции двух переменных.
26. Производные высших порядков. Экстремумы функции нескольких переменных.
27. Необходимое условие экстремума функции нескольких переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции нескольких переменных.
28. Достаточные условия экстремумов функции нескольких переменных.

Зачет - 2 семестр (собеседование).

Контрольные вопросы для проведения промежуточной аттестации:

1. Первообразная и неопределённый интеграл, свойства.
2. Замена переменной в неопределённом интеграле.
3. Интегрирование по частям в неопределённом интеграле.
4. Интегрирование простейших дробно-рациональных функций.
5. Интегрирование некоторых иррациональных выражений. Тригонометрические подстановки.
6. Определенный интеграл: определение, свойства. Геометрический смысл.
7. Интеграл с переменным верхним пределом и его дифференцирование.
8. Формула Ньютона-Лейбница.
9. Замена переменной в определённом интеграле.
10. Интегрирование по частям в определённом интеграле.
11. Интегрирование четных и нечетных функций на симметричном интервале.
12. Геометрические приложения определённых интегралов: вычисление площади плоской фигуры.
13. Несобственные интегралы.
14. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
15. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
16. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли.
17. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
18. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Свойства их решений. Характеристическое уравнение. Структура общего решения.
19. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Конструкция частного и общего

решений неоднородного уравнения.

20. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка: метод вариации произвольных постоянных.

Экзамен - 3 семестр (устно).

Контрольные вопросы для проведения промежуточной аттестации:

1. Числовые ряды: основные понятия и свойства рядов.
2. Первый признак сравнения сходимости знакоположительного числового ряда.
3. Второй признак сравнения сходимости знакоположительного числового ряда.
4. Признак Даламбера и радикальный признак сходимости знакоположительного числового ряда.
5. Интегральный признак сходимости знакоположительного числового ряда.
6. Знакочередующийся ряд. Абсолютная и условная сходимость. Достаточный признак сходимости знакочередующегося ряда.
7. Знакочередующийся ряд. Абсолютная и условная сходимость. Общий достаточный признак сходимости знакопеременного ряда.
8. Функциональный ряд и область его сходимости. Поиск интервала сходимости.
9. Степенной ряд. Теорема Абеля и ее следствия.
10. Разложение функции в ряд Тейлора. Теорема о сходимости ряда Тейлора к функции. Достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора.
11. Случайные события и их классификация.
12. Действия над событиями. Полная группа событий.
13. Элементы комбинаторики. Перестановки, размещения и сочетания.
14. Относительная частота и ее свойства. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности.
15. Теоремы сложения вероятностей для несовместных и совместных событий.
16. Теоремы умножения вероятностей. Несовместные и независимые события. Условная вероятность. Вероятность наступления хотя бы одного события.
17. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
18. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.
19. Повторные испытания. Формула Пуассона.
20. Повторные испытания. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
21. Дискретные случайные величины. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины, правила его построения, многоугольник распределения
22. Функция распределения вероятностей дискретной случайной величины и ее свойства.
23. Числовые характеристики дискретной случайной величины и их свойства (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, мода).
24. Биномиальный закон распределения вероятностей дискретной случайной величины.
25. Геометрический закон распределения вероятностей дискретной случайной величины и его числовые характеристики.
26. Распределение Пуассона дискретной случайной величины и его числовые характеристики.
27. Непрерывные случайные величины. Интегральная функция распределения вероятностей и ее свойства, график.
28. Дифференциальная функция распределения вероятностей непрерывной случайной величины, ее свойства, кривая распределения.
29. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.
30. Равномерный закон распределения непрерывной случайной величины и ее числовые характеристики.
31. Показательный закон распределения непрерывной случайной величины и ее числовые характеристики.
32. Нормальный закон распределения непрерывной случайной величины и ее числовые характеристики. Правило трёх сигм.
33. Понятие двумерной случайной величины. Закон распределения двумерной случайной

величины.

34. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.

35. Зависимость и независимость двух случайных величин. Условные законы распределения.

36. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия. Корреляционный момент, коэффициент корреляции.

37. Предмет и задачи математической статистики.

38. Генеральная и выборочная совокупности. Методы отбора выборочной совокупности.

39. Эмпирическая функция распределения, ее свойства. Вариационный и статистический ряд.

40. Графическое изображение статистического распределения. Полигон и гистограмма относительных частот.

41. Числовые характеристики статистического распределения: генеральная и выборочная средняя, генеральная и выборочная дисперсия, генеральное и выборочное среднее квадратическое отклонение.

7.4.2. Практические задания для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Разноуровневые задания для проведения промежуточной аттестации размещены в Приложении.

7.4.3. Примерные темы курсовой работы (проекта) (при наличии)

Курсовые работы (проекты) учебным планом не предусмотрены.

7.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта профессиональной деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций

Процедура проведения промежуточной аттестации и текущего контроля успеваемости регламентируется локальным нормативным актом, определяющим порядок организации и проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся. Процедура оценивания формирования компетенций при проведении текущего контроля приведена в п. 7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы текущего контроля приведены в п. 7.2.

Итогом изучения дисциплины в 1 семестре является экзамен. Экзамен проводится по расписанию сессии. Форма проведения занятия – устная. В экзаменационный билет включено два теоретических вопроса и практическое задание, соответствующее содержанию формируемых компетенций.

Для подготовки по экзаменационному билету отводится 45 минут.

Итогом изучения дисциплины во 2 семестре является зачет. Зачет проводится на последнем по расписанию практическом занятии в семестре и выставляется по результатам текущей успеваемости обучающегося в семестре. Для обучающихся, не аттестованных в течение семестра, проводится устное собеседование.

Итогом изучения дисциплины в 3 семестре является экзамен. Экзамен проводится по расписанию сессии. Форма проведения занятия – устная. В экзаменационный билет включено два теоретических вопроса и практическое задание, соответствующее содержанию формируемых компетенций.

Для подготовки по экзаменационному билету отводится 45 минут.

7.6. Критерии оценивания сформированности компетенций при проведении промежуточной аттестации

Критерии оценивания	Уровень освоения и оценка			
	Оценка «неудовлетворительно»	Оценка «удовлетворительно»	Оценка «хорошо»	Оценка «отлично»
	«не зачтено»	«зачтено»		

	Уровень освоения компетенции «недостаточный». Компетенции не сформированы. Знания отсутствуют, умения и навыки не сформированы	Уровень освоения компетенции «пороговый». Компетенции сформированы. Сформированы базовые структуры знаний. Умения фрагментарны и носят репродуктивный характер. Демонстрируется низкий уровень самостоятельности практического навыка.	Уровень освоения компетенции «продвинутый». Компетенции сформированы. Знания обширные, системные. Умения носят репродуктивный характер, применяются к решению типовых заданий. Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка.	Уровень освоения компетенции «высокий». Компетенции сформированы. Знания аргументированные, всесторонние. Умения успешно применяются к решению как типовых, так и нестандартных творческих заданий. Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка
знания	Обучающийся демонстрирует: -существенные пробелы в знаниях учебного материала; -допускаются принципиальные ошибки при ответе на основные вопросы билета, отсутствует знание и понимание основных понятий и категорий; -непонимание сущности дополнительных вопросов в рамках заданий билета.	Обучающийся демонстрирует: -знания теоретического материала; -неполные ответы на основные вопросы, ошибки в ответе, недостаточное понимание сущности излагаемых вопросов; -неуверенные и неточные ответы на дополнительные вопросы.	Обучающийся демонстрирует: -знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного материала; - знания теоретического материала -способность устанавливать и объяснять связь практики и теории, выявлять противоречия, проблемы и тенденции развития; -правильные и конкретные, без грубых ошибок, ответы на поставленные вопросы.	Обучающийся демонстрирует: -глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного материала; -полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, точное знание основных понятий, в рамках обсуждаемых заданий; -способность устанавливать и объяснять связь практики и теории, -логически последовательные, содержательные, конкретные и исчерпывающие ответы на все задания билета, а также дополнительные вопросы экзаменатора.

умения	При выполнении практического задания билета обучающийся продемонстрировал недостаточный уровень умений. Практические задания не выполнены Обучающийся не отвечает на вопросы билета при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.	Обучающийся выполнил практическое задание билета с существенными неточностями. Допускаются ошибки в содержании ответа и решении практических заданий. При ответах на дополнительные вопросы было допущено много неточностей.	Обучающийся выполнил практическое задание билета с небольшими неточностями. Показал хорошие умения в рамках освоенного учебного материала. Предложенные практические задания решены с небольшими неточностями. Ответил на большинство дополнительных вопросов.	Обучающийся правильно выполнил практическое задание билета. Показал отличные умения в рамках освоенного учебного материала. Решает предложенные практические задания без ошибок Ответил на все дополнительные вопросы.
владение навыками	Не может выбрать методику выполнения заданий. Допускает грубые ошибки при выполнении заданий, нарушающие логику решения задач. Делает некорректные выводы. Не может обосновать алгоритм выполнения заданий.	Испытывает затруднения по выбору методики выполнения заданий. Допускает ошибки при выполнении заданий, нарушения логики решения задач. Испытывает затруднения с формулированием корректных выводов. Испытывает затруднения при обосновании алгоритма выполнения заданий.	Без затруднений выбирает стандартную методику выполнения заданий. Допускает ошибки при выполнении заданий, не нарушающие логику решения задач Делает корректные выводы по результатам решения задачи. Обосновывает ход решения задач без затруднений.	Применяет теоретические знания для выбора методики выполнения заданий. Не допускает ошибок при выполнении заданий. Самостоятельно анализирует результаты выполнения заданий. Грамотно обосновывает ход решения задач.

Оценка по дисциплине зависит от уровня сформированности компетенций, закрепленных за дисциплиной, и представляет собой среднее арифметическое от выставленных оценок по отдельным результатам обучения (знания, умения, владение навыками).

Оценка «отлично»/«зачтено» выставляется, если среднее арифметическое находится в интервале от 4,5 до 5,0.

Оценка «хорошо»/«зачтено» выставляется, если среднее арифметическое находится в интервале от 3,5 до 4,4.

Оценка «удовлетворительно»/«зачтено» выставляется, если среднее арифметическое находится в интервале от 2,5 до 3,4.

Оценка «неудовлетворительно»/«не зачтено» выставляется, если среднее арифметическое находится в интервале от 0 до 2,4.

8. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

8.1. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

№ п/п	Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной и учебно-методической литературы	Количество экземпляров/электронный адрес ЭБС
	Основная литература	
1	Кремер Н. Ш., Фридман М. Н., Путко Б. А., Тришин И. М., Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1, Москва: Издательство Юрайт, 2019	https://urait.ru/bcode/436490
2	Натансон И. П., Краткий курс высшей математики, Санкт-Петербург: Лань, 2021	https://e.lanbook.com/book/167767
3	Гмурман В. Е., Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике, Москва: Юрайт, 2020	https://urait.ru/bcode/449645
4	Кремер Н. Ш., Теория вероятностей и математическая статистика в 2 ч. Часть 1. Теория вероятностей, Москва: Издательство Юрайт, 2018	https://urait.ru/bcode/421232
	Дополнительная литература	
1	Морозова Л. Е., Смирнова В. Б., Трескунов А. Л., Фёдорова М. Ю., Определенный интеграл, СПб., 2011	http://ntb.spbgasu.ru/elib/00283/
2	Абрамян М. Э., Лекции по интегральному исчислению функций одной переменной и теории рядов, Ростов-на-Дону, Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2021	https://www.iprbookshop.ru/117154.html
3	Садовничая И. В., Хорошилова Е. В., Математический анализ: определенный интеграл в 2 ч. Часть 1, Москва: Юрайт, 2022	https://urait.ru/bcode/493086
4	Кацман Ю. Я., Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры с решениями, Москва: Юрайт, 2022	https://urait.ru/bcode/490304
5	Андрухаев Х. М., Теория вероятностей и математическая статистика. Сборник задач, Москва: Юрайт, 2022	https://urait.ru/bcode/491173
6	Энатская Н. Ю., Хакимуллин Е. Р., Теория вероятностей и математическая статистика для инженерно-технических направлений, Москва: Юрайт, 2022	https://urait.ru/bcode/489333
7	Бугров Я. С., Никольский С. М., Высшая математика в 3 т. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисление в 2 кн. Книга 2, Москва: Юрайт, 2022	https://urait.ru/bcode/491316
8	Тимофеева А. Ю., Теория вероятностей и математическая статистика в 2 частях. Ч.2, Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2017	http://www.iprbookshop.ru/91449.html
9	Тимофеева А. Ю., Теория вероятностей и математическая статистика в 2 частях. Ч.1, Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2017	http://www.iprbookshop.ru/91448.html
10	Сапунцов Н. Е., Гамолина И. Э., Куповых Г. В., Конспект лекций по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика», Ростов-на-Дону, Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2017	http://www.iprbookshop.ru/87428.html
11	Рябушко А. П., Жур Т. А., Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной, Минск: Вышэйшая школа, 2017	http://www.iprbookshop.ru/90754.html
12	Зубова И. К., Острая О. В., Анциферова Л. М., Рассоха Е. Н., Основы математического анализа (модуль «Определенный интеграл и несобственные интегралы»), Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2017	http://www.iprbookshop.ru/78807.html

13	Морозова Л. Е., Смирнова В. Б., Векторная алгебра, Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2014	http://www.iprbookshop.ru/26870.html
14	Капкаева Л. С., Математический анализ: теория пределов, дифференциальное исчисление, Москва: Издательство Юрайт, 2019	https://urait.ru/bcode/438965
15	Морозова Л. Е., Полякова О. Р., Линейная алгебра. Часть 2, 2014	http://www.iprbookshop.ru/30007.html
16	Головко О. В., Дадаева Г. Н., Салтанова Е. В., Высшая математика. Часть I. Матрицы и определители. Системы линейных уравнений. Векторная алгебра и аналитическая геометрия, , 2006	http://www.iprbookshop.ru/6111.html
17	Господариков А. П., Волынская И. А., Карпухина О. Е., Скепко О. А., Обручева Т. С., Господариков А. П., Высшая математика. Том 2. Начало математического анализа. Дифференциальное исчисление функций одной переменной и его приложения, , 2015	http://www.iprbookshop.ru/71688.html
18	Господариков А. П., Карпова Е. А., Карпухина О. Е., Мансурова С. Е., Господариков А. П., Высшая математика. Том 1. Линейная алгебра. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия, , 2015	http://www.iprbookshop.ru/71687.html
19	Титова Т. Н., Мацеевич Т. А., Ассеева Е. Е., Серова А. Н., Числовые и функциональные ряды, Москва: Московский государственный строительный университет, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2016	http://www.iprbookshop.ru/60010.html
20	Титова Т. Н., Числовые и степенные ряды, Москва: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2010	http://www.iprbookshop.ru/16314.html
21	Башмакова И. Б., Кораблёва И. И., Прасникова С. С., Ряды, Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2015	http://www.iprbookshop.ru/49964.html
22	Бабаянц Ю. В., Миселимян Т. Л., Основы высшей математики. Дифференциальные уравнения, Краснодар: Южный институт менеджмента, 2012	http://www.iprbookshop.ru/10283.html
23	Асташова И. В., Никишкин В. А., Дифференциальные уравнения. Практикум, Москва: Евразийский открытый институт, Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2004	http://www.iprbookshop.ru/10751.html
24	Караказьян С. А., Пак Э. Е., Соловьёва О. В., Дифференциальное исчисление функции одной переменной, Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2015	http://www.iprbookshop.ru/33307.html
25	Ащеулова А. С., Карнадуд О. С., Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Кемерово: Кемеровский государственный институт культуры, 2011	http://www.iprbookshop.ru/21960.html
26	Магазинников Л. И., Магазинников А. Л., Высшая математика. Дифференциальное исчисление, Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2017	http://www.iprbookshop.ru/72078.html
27	Башмакова И. Б., Кораблева И. И., Прасникова С. С., Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Обыкновенные дифференциальные уравнения, СПб., 2013	http://ntb.spbgasu.ru/elib/00548/
28	Башмакова И. Б., Кораблева И. И., Прасникова С. С., Математическая статистика, СПб., 2017	http://ntb.spbgasu.ru/elib/00913/
	Учебно-методическая литература	
1	Мозалева Е. М., Комплексные числа. Линейная и векторная алгебра, Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2004	http://www.iprbookshop.ru/51530.html

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ОВЗ обеспечиваются печатными и (или) электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

8.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Наименование ресурса сети «Интернет»	Электронный адрес ресурса
Теоретическая подготовка_Высшая математика_Математика, 1 семестр	https://moodle.spbgasu.ru/course/index.php?categoryid=245
Теоретическая подготовка_Высшая математика_Математика, 2 семестр	https://moodle.spbgasu.ru/course/index.php?categoryid=246
Теоретическая подготовка_ Высшая математика_Математика, 3 семестр	https://moodle.spbgasu.ru/course/index.php?categoryid=248

8.3. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

Наименование	Электронный адрес ресурса
Система дистанционного обучения СПбГАСУ Moodle	https://moodle.spbgasu.ru/
Электронная библиотека Ирбис 64	http://ntb.spbgasu.ru/irbis64r_plus/
Электронно-библиотечная система издательства "Лань"	https://e.lanbook.com/
Электронно-библиотечная система издательства "ЮРАЙТ"	https://www.biblio-online.ru/
Электронно-библиотечная система издательства "IPRsmart"	http://www.iprbookshop.ru/
Образовательные интернет-ресурсы СПбГАСУ	https://www.spbgasu.ru/university/obrazovatelnye-internet-resursy/

8.4. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

Наименование	Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)
Math Cad версия 15	Сублицензионное соглашение на использование продуктов "PTC" с ООО"Софт Лоджистик" договор №20716/SPB9 2010 г. Лицензия бессрочная

8.5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Сведения об оснащенности учебных аудиторий и помещений для самостоятельной работы

Наименование учебных аудиторий и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность оборудованием и техническими средствами обучения
07. Учебные аудитории для проведения лекционных занятий	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, комплект мультимедийного оборудования (персональный компьютер, мультимедийный проектор, экран, аудиосистема), доска, экран, комплект учебной мебели, подключение к компьютерной сети СПбГАСУ, выход в Интернет
07. Учебные аудитории для проведения практических занятий, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Комплект мультимедийного оборудования (персональный компьютер, мультимедийный проектор, экран, аудиосистема), доска, комплект учебной мебели, подключение к компьютерной сети СПбГАСУ, выход в Интернет

07. Компьютерный класс	Рабочие места с ПК (стол компьютерный, системный блок, монитор, клавиатура, мышь), стол рабочий, подключение к компьютерной сети СПбГАСУ, выход в Internet.
07. Помещения для самостоятельной работы	Помещение для самостоятельной работы (читальный зал библиотеки, ауд. 217): ПК-23 шт., в т.ч. 1 шт.- ПК для лиц с ОВЗ (системный блок, монитор, клавиатура, мышь) с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду СПбГАСУ.

Для инвалидов и лиц с ОВЗ обеспечиваются специальные условия для получения образования в соответствии с требованиями нормативно-правовых документов.

Рабочая программа составлена на основе ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 38.03.05 Бизнес-информатика (приказ Минобрнауки России от 29.07.2020 № 838).

Программу составил:
доцент МАТ, к.э.н. Т.В. Меньшикова

Программа обсуждена и рекомендована на заседании кафедры Математики
29.08.2024, протокол № 1
Заведующий кафедрой к.ф.-м.н., доцент Т.В. Рябикова

Программа одобрена на заседании учебно-методической комиссии факультета
19.09.2024, протокол № 2.

Председатель УМК д.э.н., профессор Г.Ф. Токунова

Приложение

ВАРИАНТ 1

1. Составить уравнения сторон треугольника ABC, зная две его вершины $A(3;4), B(1;1)$ и точку пересечения медиан $M(1;2)$.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $y^2 - 3x + 10y + 16 = 0$;

б) $2x^2 + 5y^2 - 4x + 15y - 17{,}75 = 0$;

в) $x^2 - 4y^2 - 2x + 8y - 7 = 0$.

3. Дана парабола $x^2 - 10x - 4y = 0$. Составить уравнение прямой, проходящей через ее вершину параллельно прямой $y = x - 1$.

4. Найти угол между асимптотой гиперболы $x^2 - y^2 = 32$, проходящей через I и III квадранты, и прямой, соединяющий фокус параболы $x^2 + 16y = 0$ и центр окружности $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(0;2;1), B(3;1;2), C(-1;-1;2)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z}{4}$ и перпендикулярной плоскости $3x + y - z + 2 = 0$.

7. Найти уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3;0;-1), B(1;2;-4), C(0;7;-2)$.

ВАРИАНТ 2

1. Найти вершины равнобедренного треугольника, если даны вершина прямого угла $A(3;1)$ и уравнение гипотенузы $3x - y + 2 = 0$.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $x^2 + 8x - 2y + 14 = 0;$

б) $x^2 - 9y^2 + 4x + 36y - 41 = 0;$

в) $x^2 + 6x + y^2 + 4y - 3 = 0.$

3. Эллипс касается оси абсцисс в точке $A(3;0)$ и оси ординат в точке $B(0;-4)$. Составить уравнение этого эллипса, зная, что его оси симметрии параллельны координатным осям.

4. Написать уравнение окружности с центром в фокусе параболы $y^2 + 4x = 0$ и радиусом, равным фокусному расстоянию гиперболы $7x^2 - 9y^2 - 63 = 0$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(2;5;-1), B(2;4;2), C(5;3;0)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки $A(1;1;0), B(2;0;3), C(0;-1;2)$.

7. Найти угол между прямой $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z+5}{3}$ и плоскостью $2x + 3y - 1{,}5z = 7$.

ВАРИАНТ 3

1. Даны уравнения двух сторон параллелограмма: $x + y - 1 = 0$ и $3x - y + 4 = 0$ и точка пересечения его диагоналей $(3;3)$. Найти уравнения двух других сторон.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$;

б) $4x^2 + 8x + 4y^2 - 20 = 0$;

в) $x^2 - 3y^2 + 6x - 12y - 39 = 0$.

3. Расстояния одного из фокусов эллипса до концов его большой оси соответственно равны 7 и 1. Составить уравнение этого эллипса.

4. Найти точку, симметричную центру окружности $x^2 + y^2 + 4x - 8y - 19 = 0$ относительно прямой, соединяющей правый фокус гиперболы $x^2 - 3y^2 - 3 = 0$ с фокусом параболы $x^2 + 16y = 0$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(1;3;4), B(2;2;-1), C(-1;0;2)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2;3;-5)$ параллельно прямой $\begin{cases} 3x - y + 2z - 9 = 0 \\ x + 3y - 2z + 3 = 0 \end{cases}$.

7. Составить уравнение плоскости , в которой лежат прямые $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z+1}{0}$ и $\begin{cases} x = t - 2 \\ y = t + 3 \\ z = 2t - 1 \end{cases}$.

ВАРИАНТ 4

1. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(5;2)$ на расстоянии 4 единиц от точки $B(-3;1)$.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $x^2 - 2y^2 - 4x - 4y - 2 = 0;$

б) $x^2 - 2x + y^2 + y - 4 = 0;$

в) $x^2 + 2x + 2y - 5 = 0.$

3. Найти расстояние от левого фокуса эллипса $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} = 1$ до центра окружности $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$.

4. Написать уравнения прямых, проходящих через вершину параболы $y^2 - 4y - 8x - 4 = 0$ и параллельных асимптотам гиперболы $x^2 - 9y^2 = 16$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(0;1;1), B(2;1;0), C(-1;5;6)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Доказать параллельность прямых:

$$\begin{cases} x = 2t + 5 \\ y = -t + 2 \\ z = t - 7 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x + 3y + z + 2 = 0 \\ x - y - 3z - 2 = 0 \end{cases}.$$

7. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1;-1;1)$ и параллельной прямым:

$$\frac{x-2}{0} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{1} \text{ и } \begin{cases} x = 2t - 2 \\ y = t + 1 \\ z = 4 \end{cases}.$$

ВАРИАНТ 5

1. Две стороны параллелограмма заданы уравнениями $y = x - 2$ и $5y = x + 6$. Диагонали его пересекаются в начале координат. Написать уравнения двух других сторон и диагоналей параллелограмма.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $x^2 - y^2 - 4x + 2y + 2 = 0$;

б) $9x^2 + 16y^2 + 90x + 32y - 376 = 0$;

в) $x^2 + 3y - 6x = -3$.

3. Найти каноническое уравнение гиперболы, если ее асимптоты заданы уравнениями $y = \pm\frac{5}{12}x$, а один из фокусов находится в точке $(-13;0)$.

4. Найти уравнение прямой, проходящей через фокус параболы $y^2 - 8x = 0$, параллельно прямой, соединяющей левый фокус и нижнюю вершину эллипса $x^2 + 10y^2 = 10$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(1;1;-1), B(2;1;0), C(1;2;1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Найти угол между прямой $\begin{cases} 3x - 2y + z + 3 = 0 \\ 4x - 3y + 4z + 1 = 0 \end{cases}$ и плоскостью $2x - y + 5z - 2 = 0$.

7. Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки $A(2;-1;3), B(-1;0;2), C(-2;1;3)$.

ВАРИАНТ 6

1. Найти точку B, симметричную точке $A(8;12)$ относительно прямой $x-2y+6=0$.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $3y^2+5x+6y=-13$;

б) $x^2+2y^2-8x-4y=0$;

в) $x^2-y^2+2x+4y=4$.

3. Написать уравнение равнобочной гиперболы, один из фокусов которой совпадает с центром окружности $x^2+y^2-12x=0$.

4. Вывести уравнение прямой, проходящей через фокус параболы $y^2-8x=0$, перпендикулярно прямой, проходящей через левый фокус эллипса $x^2+10y^2=10$ и центр окружности $x^2+y^2+2y=0$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(3;2;1), B(1;2;3), C(0;1;2)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Найти проекцию точки $P(2;-1;3)$ на плоскость $4x-3y+2z-5=0$.

7 . Написать уравнение прямой, параллельной прямой

$$\begin{cases} x=2t+3 \\ y=t-4 \\ z=-t+2 \end{cases}$$

и проходящей через точку пересечения прямых

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{-1} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=-2t-1 \end{cases}.$$

ВАРИАНТ 7

1. Середины сторон треугольника находятся в точках $(1;2),(7;4)$ и $(3;-4)$. Найти уравнение сторон.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $2x^2+3y^2+4x-12y=-8$;

б) $7y^2+3x-28y+10=0$;

в) $x^2-y^2+4x-6y-9=0$.

3. Найти каноническое уравнение гиперболы, асимптотами которой являются прямые линии $y=\pm x$, а фокусы совпадают с фокусами эллипса $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{28}=1$.

4. Написать уравнение прямой, проходящей через фокус параболы $x^2+20y=0$ и центр окружности $x^2+y^2-2x=0$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(0;1;-1), B(2;0;1), C(1;1;1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Найти угол между прямыми:

$$\begin{cases} x-y+z-4=0 \\ 2x+y-2z+5=0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x+y+z-4=0 \\ 2x+3y-z-6=0 \end{cases}.$$

7. Найти проекцию точки $P(5;2;-1)$ на плоскость $2x-y+3z+23=0$.

ВАРИАНТ 8

1. Даны координаты двух вершин ромба $A(0;2)$ и $B(4;0)$ и уравнение диагонали $x+y-4=0$. Найти координаты остальных вершин.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $3x^2-4y^2+12x+8y-4=0$;

б) $5x^2+4y^2+16y-36=0$;

в) $y^2+4y+2x=0$.

3. Составить уравнение окружности, проходящей через начало координат, если ее центр совпадает с левым фокусом эллипса
$$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{27}=1.$$

4. Найти уравнение прямой, проходящей через фокус параболы $y^2=-12x$ параллельно той асимптоте гиперболы $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{144}=1$, которая проходит через II и IV квадранты.

5. Найти скалярное $\left(\overline{AB},\overline{AC}\right)$ и векторное $\left[\overline{AB},\overline{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(0;1;-1), B(1;0;2), C(3;2;1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Определить косинус угла между прямыми
$$\begin{cases} x-y-4z-5=0 \\ 2x+y-2z-4=0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x-6y-6z+2=0 \\ 2x+2y+9z-1=0 \end{cases}$$

7. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $P(4;-3;1)$ и параллельной прямым $\frac{x}{6}=\frac{y}{2}=\frac{z}{-3}$ и $\frac{x+1}{5}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-4}{2}$.

ВАРИАНТ 9

1. На прямой $x+3y=9$ найти точку, равноудаленную от начала координат и от прямой $x+3y-2=0$.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $x^2+2y^2-2x+8y+5=0$;

б) $y^2+18x-14y-29=0$;

в) $2x^2-y^2+12x+2y+15=0$.

3. Найти уравнение прямой, проходящей через фокус параболы $y^2+16x=0$ и центр окружности $x^2+y^2=8y$. Сделать чертеж.

4. Найти уравнение прямой, проходящей через правый фокус эллипса $16x^2+25y^2=400$ параллельно той асимптоте гиперболы $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{64}=1$, которая проходит через II и IV квадранты.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(3;2;-1), B(0;1;0), C(-1;1;1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Найти угол между плоскостями $4x-5y+3z-1=0$ и $x-4y-z+9=0$.

7. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $(0;1;-3)$ и параллельной прямой $\begin{cases} 2x+3y+z-6=0 \\ 4x-5y-z+2=0 \end{cases}$.

ВАРИАНТ 10

1. Найти уравнения сторон треугольника, зная одну из его вершин $(3;4)$ и уравнения двух высот $7x-2y=1$ и $2x-7y=6$.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $y^2+x-4y+2=0;$

б) $x^2+6x+y^2+4y-3=0;$

в) $y^2-8y+3x^2+6x-17=0.$

3. Найти острый угол между прямой, соединяющей правый фокус эллипса $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{28}=1$ с точкой $A(0;4)$ и асимптотой гиперболы $x^2-y^2=72$, проходящей в I и III координатных углах.

4. Составить каноническое уравнение параболы с вершиной в точке $A(1;1)$ и директрисой $x+4=0$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(1;1;-1), B(2;1;-1), C(-1;0;1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Составить уравнение плоскости, которая проходит через начало координат параллельно плоскости $5x-3y+2z-3=0$.

7. Показать, что прямая $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{3}$ параллельна плоскости $2x+y-z=0$.

ВАРИАНТ 11

1. Даны координаты вершин ромба $C(2;4)$ и $D(-2;6)$ и уравнение одной диагонали $x-y+2=0$. Найти уравнения сторон.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $x^2-8x-3y+19=0;$

б) $x^2+4y^2-8y-8=0;$

в) $4x^2-y^2+6y-13=0.$

3. Найти острый угол между директрисой параболы $y^2+16x=0$ и прямой, соединяющей левый фокус гиперболы $x^2-y^2=8$ с центром окружности $x^2+y^2-4x+10y-7=0$.

4. Найти каноническое уравнение эллипса, если его малая полуось равна радиусу окружности $x^2+y^2=2y$, а правый фокус совпадает с центром другой окружности $x^2+y^2-6x-16=0$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(1;1;1), B(2;3;4), C(3;2;3)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(3;-1;2)$, $M_2(4;-1;-1)$ и $M_3(2;0;2)$.

7. Найти угол между прямыми

$$\frac{x+2}{5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+3}{-1} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x=2t-1 \\ y=-t+2. \\ z=t+4 \end{cases}$$

ВАРИАНТ I2

1. В треугольнике ABC даны: уравнение стороны $AB: 3x + 2y = 12$, уравнение высоты $BK: x + 2y = 4$, уравнение высоты $AL: 4x + y = 6$. Написать уравнения сторон AC, BC и третьей высоты.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $2x^2 + 3y^2 + 4x - 12y = -8;$

б) $y^2 - 6x + 14y + 49 = 0;$

в) $4x^2 - 9y^2 + 16x + 18y - 29 = 0.$

3. Найти каноническое уравнение эллипса, проходящего через точку $M(8;0)$, если один из его фокусов находится в точке $A(-6;0)$.

4. Через центр окружности $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$ провести прямую, параллельную прямой, соединяющей фокус параболы $x^2 - 4y = 0$ и левый фокус гиперболы $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(0;0;2), B(2;1;-1), C(-1;1;-1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Доказать перпендикулярность прямых

$$\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{3} \quad \text{и} \quad \begin{cases} 3x + y - 5z + 1 = 0 \\ 2x + 3y - 8z + 3 = 0 \end{cases}.$$

7. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(2;-1;1)$ перпендикулярно двум плоскостям $2x - z + 1 = 0$ и $y = 0$.

ВАРИАНТ I3

1. Найти уравнение прямой, лежащей посередине между прямыми $3x+2y=5$ и $6x+4y+3=0$.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $4x^2-9y^2+16x+54y=101$;

б) $3x^2+5y+6x+13=0$;

в) $2x^2-4x+2y^2-8y=15$.

3. Найти каноническое уравнение эллипса, если его эксцентриситет равен $\frac{3}{4}$ и эллипс проходит через точку $M\left(4\sqrt{2};\sqrt{14}\right)$.

4. Найти проекцию левого фокуса гиперболы $x^2-y^2=72$ на прямую, соединяющую фокус параболы $x^2+16y=0$ с центром окружности $x^2+y^2=4x$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(1;-1;1), B(3;2;1), C(-2;3;-1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Найти тупой угол между прямыми: $\begin{cases} x=3t-2 \\ y=0 \\ z=-t+3 \end{cases}$ и $\begin{cases} x=2t-1 \\ y=0 \\ z=t-3 \end{cases}$.

7. Написать уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(3;1;-2)$ и через прямую $\frac{x-1}{5}=\frac{y-3}{2}=\frac{z}{1}$.

ВАРИАНТ I4

1. Даны точки $A(-2;0)$ и $B(2;-2)$. На отрезке OA, где $O(0;0)$, построен параллелограмм $OACD$, диагонали которого пересекаются в точке B. Написать уравнение сторон и диагоналей параллелограмма и найти угол CAD.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $3x^2+4y^2-18x+8y=5$;

б) $y^2-2x+4y+2=0$;

в) $3x^2-2y^2-6x-3=0$.

3. Составить каноническое уравнение гиперболы, фокусы которой лежат в вершинах, а вершины в фокусах эллипса $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$.

4. Найти расстояние от фокуса параболы $x^2+20y=0$ до прямой, соединяющей центр окружности $x^2+y^2=2x$ с точкой $A(0;5)$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(3;1;-1), B(0;2;3), C(-1;0;-1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Найти проекцию точки $P(1;-2;1)$ на плоскость $x-2y+3z-5=0$.

7. Написать уравнение прямой, параллельной прямой $\frac{x-2}{3}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+1}{-1}$ и пересекающей плоскость $x-3y+z=7$ в той же точке, что ось OX .

ВАРИАНТ I5

1. Найти точку, симметричную точке $(5;7)$ относительно прямой $x+2y=4$.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $x^2-4x-8y=12$;

б) $4x^2-y^2+8x+2y-1=0$;

в) $2x^2+6x+3y^2-12y+2{,}25=0$.

3. Составить каноническое уравнение гиперболы, если известны ее эксцентриситет $e = 5/4$ и один из фокусов $F(5;0)$.

4. Через фокус параболы $x^2-16y=0$ провести прямую, перпендикулярно прямой, проходящей через центр окружности $x^2+y^2-2x+4y-20=0$ и левый фокус эллипса $4x^2+13y^2=52$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(2;5;-1), B(3;4;2), C(1;2;-1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Найти угол между плоскостями: $4x-3y+2z-1=0$ и $x+2y-2z-3=0$.

7. Написать уравнение прямой, параллельной прямой $\begin{cases} x=-2t-1 \\ y=t+4 \\ z=-t+1 \end{cases}$ и проходящей через точку пересечения прямой $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$ с плоскостью $x-y-2z+4=0$.

ВАРИАНТ 16

1. Даны две противоположные вершины квадрата $A(-5;2)$ и $C(3;-4)$. Составить уравнения его сторон.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $x^2 - 4x + 8y = 12$;

б) $5x^2 + 9y^2 + 30x + 18y + 9 = 0$;

в) $3x^2 + 15x - 3y^2 - 6y = 6{,}75$.

3. Найти каноническое уравнение эллипса, если его эксцентриситет равен $\frac{4}{5}$ и малая полуось равна 6.

4. Найти расстояние от фокуса параболы $y^2 + 4x = 0$ до прямой, проходящей через центр окружности $x^2 + y^2 - 4y = 0$ параллельно прямой, соединяющей точки $A(1;3)$ и $B(-3;5)$.

5. Найти скалярное $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(3;1;2)$, $B(2;3;3)$, $C(1;2;1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Найти угол между плоскостями $x - 2y + 4z = 5$ и $2x + 4y - 3z = 2$.

7. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1;2;-3)$ параллельно прямым $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-7}{3}$; $\frac{x+5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-1}$.

ВАРИАНТ 17

1. В равнобедренном треугольнике известны: уравнение основания $x-2y+3=0$; уравнение одной из боковых сторон $4x+y+5=0$; точка $(\frac{6}{5};\frac{28}{5})$ на другой боковой стороне. Найти расстояние боковой стороны от противолежащей вершины.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $y^2+x-4y+2=0$;

б) $x^2+16y^2-6x+96y+137=0$;

в) $x^2-y^2-4x-6y-21=0$..

3. Через центр окружности $x^2-6x+y^2-10=0$ провести прямую, параллельную той асимптоте гиперболы $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$, которая проходит через второй и четвертый квадранты.

4. Найти точку, симметричную с центром окружности $x^2+y^2+4x+8y+19=0$ относительно прямой, соединяющей левый фокус эллипса $x^2+5y^2-5=0$ с фокусом параболы $x^2+8y=0$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(2;5;-1), B(3;4;2), C(1;2;-1)$ заданы в декартовой системе координат

6. Составить уравнение прямой, проходящей через точки пересечения плоскости $x-y+z=1$ с прямыми $x=y=2(z+1)$, $3(x-1)=2y=z$.

7. Написать уравнение прямой, перпендикулярной плоскости $2x-3y+4z=10$ и пересекающей ее в точке с абсциссой 2 и ординатой 4.

ВАРИАНТ 18

1. Даны две вершины треугольника $A(2;-3)$ и $B(5;1)$, уравнения стороны BC $x+2y=7$ и медианы AM $5x-y=13$. Составить уравнение высоты, опущенной из вершины C на сторону AB, и вычислить ее длину.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $3x^2+4y^2-18x-8y-5=0$;

б) $3x^2-18x-3y=0$;

в) $4x^2-16x-4y^2+8y+11=0$. .

3. Составить каноническое уравнение параболы, если известно уравнение ее директрисы $x-7=0$ и фокус $F(-7;0)$.

4. Найти уравнение прямой, проходящей через центр окружности $x^2+y^2-6x+4y-3=0$ параллельно прямой, соединяющей фокус параболы $x^2-4y=0$ с левым фокусом гиперболы $\dfrac{x^2}{64}-\dfrac{y^2}{36}=1$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(3;2;1), B(1;2;3), C(0;1;2)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Точка $P(1;2;-3)$ служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость. Составить уравнение этой плоскости.

7. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $N(5;-1;-3)$

и параллельной прямой $\begin{cases}2x+3y+z-6=0\\4x-5y-z+2=0\end{cases}$.

ВАРИАНТ 19

1. В прямоугольном треугольнике даны уравнения катета $2x - y - 5 = 0$, уравнение высоты, опущенной из прямого угла $x - y - 3 = 0$, и вершина $(-4;2)$. Найти другие вершины.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $x^2 - 2y^2 - 4x - 4y = 2$;

б) $x^2 + 4x - 8y - 5 = 0$;

в) $3x^2 + 9x + y^2 - 4y - 1{,}25 = 0$.

3. Найти уравнения прямой, параллельной прямой, проходящей через фокус параболы $y^2 + 4x = 0$ и центр окружности $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 3 = 0$.

4. Найти каноническое уравнение эллипса, фокусы которого совпадают с вершинами гиперболы $\dfrac{x^2}{144} - \dfrac{y^2}{25} = 1$, а вершины находятся в фокусах этой гиперболы.

5. Найти скалярное $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(1;-1;0)$, $B(2;3;4)$, $C(3;0;-1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Точка $P(2;-1;-1)$ служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость. Составить уравнение этой плоскости.

7. Проверить, что прямые $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+3}{0} = \dfrac{z-1}{-1}$ и $\begin{cases} x = 4t + 2 \\ y = -2t \\ z = 8t + 7 \end{cases}$ перпендикулярны.

ВАРИАНТ 20

1. Даны уравнения боковых сторон равнобедренного треугольника $2x - y + 8 = 0$ и $x - 2y = 12$ и точка (4;0) на основании. Найти уравнение основания.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $y^2 + 4x + 2y - 7 = 0$;

б) $16x^2 + 4y^2 + 32x + 16y - 32 = 0$;

в) $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$.

3. Через левый фокус эллипса $x^2 + 10y^2 = 10$ провести прямую, перпендикулярную асимптоте гиперболы $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$, проходящей через I и III квадранты.

4. Парабола симметрична относительно оси X, вершина ее помещается в точке $(-5;0)$, и на оси ординат она отсекает хорду, длина которой $l = 12$. Написать уравнение этой параболы.

5. Найти скалярное $(\vec{A}B, \vec{A}C)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(3;2;1)$, $B(4;3;0)$, $C(2;-1;5)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Определить угол между прямыми $\begin{cases} x - 2y + z = 3 \\ x + z = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} 3x + y - 4z = 1 \\ -x + 5y + z = 2 \end{cases}$.

7. Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-2}$ и точку (1;1;–2) .

ВАРИАНТ 21

1. В треугольнике ABC известны : сторона AB $4x+y=12$; высота BM $5x-4y=15$; высота AN $2x+2y=9$. Найти уравнения двух других сторон и третьей высоты.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $y^2+6x-8y+22=0$;

б) $x^2-y^2+4x-4y+7=0$;

в) $4x^2+16y^2-8x+32y-44=0$.

3. Составить каноническое уравнение гиперболы, если уравнение одной из ее асимптот $y=-\frac{5}{3}x$, а ее мнимая полуось равна 15.

4. Через фокус параболы $x=\frac{1}{6}y^2$ провести прямую, перпендикулярную той асимптоте гиперболы $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$, вдоль которой x и y имеют разные знаки.

5. Найти скалярное $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(2;-5;3)$, $B(4,4,7)$, $C(3;3;1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки $P(3;2;1)$ на плоскость $2x+3y-z=0$.

7. Найти координаты точки, симметричной точке $A(1;-1;2)$ относительно плоскости $x+2y-z=3$.

ВАРИАНТ 22

1. Даны две вершины треугольника $A(2;-3)$ и $B(5;1)$: уравнения стороны BC $x+2y=7$ и медианы AM $5x-y=13$. Составить уравнение высоты, опущенной из вершины C на сторону AB и вычислить ее длину.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $x^2+y^2-6x+4y-3=0$;

б) $2y^2-6y-9x-4{,}5=0$;

в) $5x^2-4y^2+16y-36=0$.

3.Фокусы гиперболы совпадают с фокусами эллипса $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. Составить уравнение гиперболы, если ее эксцентриситет $\varepsilon=2$.

4. Найти каноническое уравнение параболы, если ее фокус совпадает с левым фокусом гиперболы $25x^2-144y^2=3600$.

5. Найти скалярное $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(2;-5;3)$, $B(4,4,7)$, $C(3;3;1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Даны точки $M(0;-1;3), N(1;3;5)$. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M и перпендикулярной прямой MN.

7. Написать уравнение плоскости, проходящей через параллельные прямые $x=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-2}{3}$ и $x=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-3}{3}$.

ВАРИАНТ 23

1. Даны уравнения боковых сторон равнобедренного треугольника $3x+y=0$ и $x-3y=0$ и точка $(5;0)$ на его основании. Найти периметр и площадь треугольника.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $y^2+8x+8y=0$;

б) $x^2-y^2+8x-2y+16=0$;

в) $9x^2+4y^2+72x+32y=172$.

3. Пусть A – точка пересечения прямых $x=y$ и $2x+y-15=0$, а B – правый фокус эллипса $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1$. Найти окружность, для которой отрезок AB служит диаметром.

4. Найти уравнение прямой, проходящей через вершину параболы $y=x^2-4x$ перпендикулярно прямой, соединяющей точку $A(1;2)$ с левым фокусом гиперболы $x^2-y^2=8$.

5. Найти скалярное $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(2;0;3)$, $B(1;-2;7)$, $C(2;5;0)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Найти проекцию точки $M(1;2;3)$ на плоскость $4x-5y-8z+21=0$.

7. Написать уравнение плоскости, перпендикулярной плоскостям $2x+5y-3z=5, -x+7y-4z=6$ и проходящей через начало координат.

ВАРИАНТ 24

1. Даны две вершины треугольника $(2;2)$ и $(3;0)$ и точка пересечения его медиан $(3;1)$. Найти третью вершину.
2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $y^2+4x+2y+5=0$;

б) $x^2+16y^2-6x-64y+57=0$;

в) $x^2-2x-y^2+8y=16$.

3. Эллипс проходит через точки $M(\sqrt{3};-2)$ и $N(-2\sqrt{3};1)$. Составить уравнение эллипса, приняв его оси за оси координат.

4. Найти расстояние от центра окружности $x^2+y^2+4x+6y+9=0$ до прямой, проходящей через фокус параболы $y^2=12x$, и параллельной прямой, соединяющей точки $A(-1;6)$ и $B(5;2)$.

5. Найти скалярное $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(5;2;3)$, $B(4;-1;0)$, $C(2;4;5)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Доказать параллельность прямых:

$$\begin{cases} x+y-3z+1=0 \\ x-y+z+3=0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x+2y-5z-1=0 \\ x-2y+3z-9=0 \end{cases}.$$

7. Найти уравнение плоскости, проходящей через начало координат и перпендикулярной плоскостям $x-y+z-7=0$ и $3x+2y-12z+5=0$.

ВАРИАНТ 25

1. Найти внутренние углы треугольника, если даны уравнения его сторон AB: $x-3y+3=0$, AC: $x+3y+3=0$ и основание $D(-1;3)$ высоты AD.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $x^2+5y+6x-6=0$;

б) $2x^2-y^2+8x+2y-1=0$;;

в) $4x^2+16y^2-8x+128y+196=0$.

3. Стальной трос подвешен за два конца; точки крепления расположены на одинаковой высоте; расстояние между ними равно 20 м. Величина его прогиба на расстоянии 2 м от точки крепления, считая по горизонтали, равна 14,4 см. Определить величину прогиба этого троса в середине между точками крепления, приближенно считая, что трос имеет форму дуги параболы.

4. Найти уравнение прямой, проходящей через фокус параболы $y^2-8x=0$, и параллельной прямой, проходящей через фокус и нижнюю вершину эллипса $x^2+10y^2=10$.

5. Найти скалярное $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения
векторов. Координаты точек $A(5;3;1)$, $B(4;2;0)$, $C(-1;2;7)$ заданы в декартовой системе координат.

6 . Составить уравнение проекции прямой $\dfrac{x-1}{3}=y+1=\dfrac{z-3}{2}$ на плоскость XOY.

7. Составить уравнение плоскости, содержащей прямую $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{0}=\dfrac{z+3}{-2}$ и проходящей через начало координат.

ВАРИАНТ 26

1. Даны две вершины треугольника $A(-2;1), B(2;10)$ и точка пересечения его высот $M(3;6)$.Составить уравнения сторон треугольника.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $y^2 - 3x + 10y + 16 = 0$;

б) $x^2 - y^2 - 6x - 8y - 16 = 0$;

в) $x^2 + 16y^2 + 8x + 96y - 144 = 0$.

3. Зеркальная поверхность прожектора образована вращением параболы вокруг ее оси симметрии. Диаметр зеркала 80 см, а глубина его 10 см. На каком расстоянии от вершины параболы нужно поместить источник света, если для отражения лучей параллельным пучком он должен быть в фокусе параболы?

4. Найти уравнение прямой, проходящей через фокус эллипса $x^2 + 10y^2 = 10$ и перпендикулярной той асимптоте гиперболы $16x^2 - 9y^2 = 144$, которая проходит через I и III квадранты.

5. Найти скалярное $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(2;0;1)$, $B(5;3;4)$, $C(-1;2;6)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки $A(1;3;-2)$ на прямую $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+5}{3}$.

7. Написать уравнение плоскости, содержащей начало координат и прямую $3(x-1) = y = 2(z+2)$.

ВАРИАНТ 27

1. Заданы вершины треугольника $A(-4;8)$, $B(2;-5)$, $C(5;0)$. Найти точку пересечения медианы BN с высотой AL.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $y^2 - 6x + 2y - 11 = 0$;

б) $x^2 + 4x + y^2 - 8y - 5 = 0$;

в) $3x^2 - 4y + 9x + y^2 = 1{,}25$

3. Камень, брошенный под острым углом к горизонту, описал дугу параболы и упал на расстоянии 16 м от начального положения. Определить параметр параболической траектории, зная, что наибольшая высота, достигнутая камнем, равна 12 м.

4. Найти каноническое уравнение гиперболы, если ее фокусы совпадают с вершинами эллипса $\frac{x^2}{40} + \frac{y^3}{3} = 1$, а асимптоты проходят через точку $A(1;3)$.

5. Найти скалярное $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(3;4;-2)$, $B(1;2;5)$, $C(0;3;-1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Найти проекцию точки $A(-1;1;2)$ на плоскость $2x - y - z = 3$.

7. Составить уравнение прямой, проходящей через точки пересечения плоскости $x + y - z = 1$ с прямыми $x = 2(y+1) = z$ и $3(x-1) = 2y = z$.

ВАРИАНТ 28

1. В параллелограмме известны уравнения двух сторон: CD $2x - y - 1 = 0$, $x - 2y + 10 = 0$ и уравнение диагонали AC $x + y - 5 = 0$. Найти длину и уравнение высоты BN.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $3x^2 + 10x - 4y + 33 = 0$;

б) $3x^2 + 7y^2 - 14y + 6x - 11 = 0$;

в) $5x^2 + 15x - 5y^2 - 10y - 13{,}75 = 0.$.

3. Струя воды, выбрасываемая фонтаном, принимает форму параболы, параметр которой равен $p = 0{,}1$ м. Определить высоту струи, если известно, что она попадает в бассейн на расстоянии 2 м от места выхода.

4. Через левый фокус гиперболы $x^2 - y^2 = 8$ провести прямую, параллельную прямой, проходящей через правую вершину эллипса

$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{28} = 1$ и центр окружности $x^2 + y^2 - 4x + 10y - 7 = 0$.

5. Найти скалярное $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(2;0;2)$, $B(3;-1;4)$, $C(2;5;1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Определить угол между прямыми:

$$\begin{cases} x - 2y + z = 3 \\ x + z = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} 3x + y - 4z = 1 \\ -x + 5y + z = 0 \end{cases}.$$

7. Написать уравнение плоскости, параллельной прямой $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{0} = \frac{z+2}{1}$ и прямой $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-1}$ и проходящей через начало координат.

ВАРИАНТ 29

1. Даны уравнения двух сторон параллелограмма $x-3y+8=0$, $7x-5y+40=0$ и его диагонали $5x-7y+8=0$. Составить уравнения остальных сторон и второй диагонали.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $y^2-5x+6y+4=0$;

б) $x^2+y^2-6x-4y+12=0$;

в) $x^2-16y^2+2x-32y-31=0.$

3. Мостовая арка имеет форму параболы. Определить параметр этой параболы, зная, что пролет арки равен 24 м, а высота 6 м.

4. Найти острый угол между асимптотой гиперболы $x^2-y^2=50$, проходящей через первый и третий квадранты, и прямой, соединяющей левый фокус эллипса $\frac{x^2}{10}+y^2=1$ и центр окружности $x^2+y^2+2x-6y=0$.

5. Найти скалярное $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(2;3;-3)$, $B(1;2;5)$, $C(2;-1;0)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Из точки $A(-1;1;3)$ опустить перпендикуляр на плоскость $2x-y-z=3$.

7. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1;-2;1)$ перпендикулярно к прямой $\begin{cases} x-2y+z-3=0 \\ x+y-z+2=0 \end{cases}$.

ВАРИАНТ 30

1. Даны вершины треугольника $A(-2;1)$, $B(1;-1)$ и $C(3;5)$. Составить уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины B на медиану AD.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $x^2 - 4x + 5y + 14 = 0$;

б) $2x^2 + 3y^2 + 8x - 12y = 4$;

в) $3x^2 + 15x - 3y^2 - 6y + 12{,}75 = 0.$

3. Земля движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце. Наименьшее расстояние Земли от Солнца равно приблизительно 147,5 миллионов километров, а наибольшее 152, 5 миллиона километров. Найти большую полуось и эксцентриситет орбиты Земли.

4. Найти каноническое уравнение параболы, если ее фокус совпадает с правым фокусом гиперболы $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{25} = 1$, а уравнение директрисы $x = -1$.

5. Найти скалярное $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(2;7;0)$, $B(3;4;-1)$, $C(5;5;5)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Найти координаты точки, симметричной точке $A(-1;2;1)$ относительно плоскости $x + 2y - 3z = 6$.

7. Найти угол между прямой $\frac{x+3}{2} = \frac{y-3}{0} = \frac{z+1}{-1}$ и плоскостью $2x - z = 7$.

ВАРИАНТ 31

1. Даны уравнения двух сторон прямоугольника $x-3y+6=0$, $3x+y-12=0$ и точка пересечения его диагоналей $E(7;2)$. Составить уравнение двух других сторон прямоугольника.

2. Привести уравнение к каноническому виду и построить :

а) $x^2+y^2-6x-8y-23=0;$

б) $x^2+4x-6y=0;$

в) $x^2-y^2+8y=0.$

3. Струя воды, выбрасываемая фонтаном, принимает форму параболы, параметр которой равен $p=0{,}2$ м. Определить высоту струи, если известно, что она попадает в бассейн на расстоянии 2м от места выхода.

4. Через центр окружности $x^2-2x+y^2-8y+1=0$ провести прямую, перпендикулярную асимптоте гиперболы $x^2-16y^2-64=0$.

5. Найти скалярное $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB})$ и векторное произведение $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]$ векторов, если $A(1;0;2)$, $B(-2;1;1)$ и $C(3;4;0)$.

6. Найти угол между прямой $\begin{cases} x+2y-3=0 \\ 2x-y+4z=1 \end{cases}$ и плоскостью XOZ.

7. Найти проекцию точки $A(1;1;1)$ на плоскость $2x-3y+4z=1$.

ВАРИАНТ 32

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(1;-2\sqrt{3})$ под углом в $60°$ к прямой $x+5\sqrt{3}y-15=0$.

2. Привести уравнение к каноническому виду и построить кривую:

а) $x^2+16y^2+2x-32y+1=0$;

б) $x^2+6x+8y+1=0$;

в) $x^2-y^2-10y-31=0$.

3. Мост имеет форму параболы, при этом пролет арки в 90 м имеет высоту 12 м. Найдите фокальный параметр арки.

4. Найдите уравнение прямой, проходящей через левый фокус гиперболы $x^2-16y^2-32=0$ и центр окружности $x^2+4x+y^2+6y=0$.

5. Найдите скалярное произведение $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ и векторное произведение векторов $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$, если $A(-1,-2,4)$, $B(1;4;3)$, $C(-3;-2;0)$.

6. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $A(2;1;4)$ и прямую $x=y-1=z-6$.

7. Найти угол между прямыми $\begin{cases} x+2y-2z=1 \\ 2x-3z=4 \end{cases}$ и $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{0}$.

ВАРИАНТ 33

1. Найти точку, симметричную точке $A(8;12)$ относительно прямой $x-2y+6=0$.

2. Привести к каноническому виду уравнение и построить :

а) $4x^2-16x+4y^2+8y-5=0$;

б) $y^2+10y-8x=5$;

в) $y^2-2y-x^2-4x=0$.

3. Через центр окружности $x^2-4x+y^2=0$ провести прямую, параллельную одной из асимптот гиперболы $y^2-2y-x^2-8x=0$.

4. Написать уравнение параболы, если известны её фокус $F(-1;4)$ и уравнение директрисы $x=6$.

5. Найти скалярное $(\overline{AB},\overline{AC})$ и векторное $[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]$ произведения векторов $A(-4;1;5)$, $B(1;0;4)$, $C(-2;1;1)$.

6. Написать уравнение плоскости, перпендикулярной прямой $\begin{cases} 2x-y-z=0 \\ x+3y+3z=2 \end{cases}$ и проходящей через начало координат.

7. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $A(1;1;1)$ перпендикулярно плоскости $x-3z=2$.

ВАРИАНТ 34

1. Провести прямую так, чтобы ее отрезок, заключенный между двумя данными прямыми $2x + y - 1 = 0$ и $x + 3y + 2 = 0$, делился в точке $M(-1;0)$ пополам.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $y^2 + 2x - 4y + 2 = 0$;

б) $x^2 + 8x + y^2 + 2y + 1 = 0$;

в) $y^2 - 8y - 3x^2 + 6x + 4 = 0$.

3. Написать уравнение равнобочной гиперболы, один из фокусов которой совпадает с центром окружности $x^2 + y^2 - 4x = 0$.

4. Найти уравнение прямой, проходящей через фокус параболы $x^2 - 16y = 0$ и центр окружности $x^2 + y^2 = 8x$. Сделать чертеж.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(1;2;-1), B(3;1;0), C(1;-1;2)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;-1;0), B(2;3;-1), C(1;-1;0)$.

7. Написать уравнение линии пересечения двух плоскостей

$$\begin{cases} -(x-2) + 2y - 4(z+3) = 0 \\ 2(x-2) - 3y + 2(z+3) = 0 \end{cases}$$ в параметрическом виде.

ВАРИАНТ 35

1. Дана прямая $4x+3y+1=0$. Найти прямую, параллельную данной и удаленную от на нее на расстояние, равное 3.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $x^2+6x-4y+5=0;$

б) $x^2+6x+y^2-4=0;$

в) $x^2-4x-3y^2+6y-3=0.$

3. Написать каноническое уравнение параболы, фокус которой совпадает с центром окружности $x^2+y^2-4x=0$.

4. Найти уравнение прямой, проходящей через левый фокус гиперболы $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ перпендикулярно прямой $x-2y+6=0$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(0;2;-1), B(4;1;-1), C(0;2;2)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Дана плоскость $x+y-2z-6=0$ и точка $M(1;1;1)$вне этой плоскости. Найти точку P, симметричную точке M относительно данной плоскости.

7. Написать уравнение прямой, параллельной прямой

$$\begin{cases} x=2t-1 \\ y=t+2 \\ z=-t \end{cases}$$ и пересекающей плоскость $2x+3y-z=5$

в той же точке, что и ось OX.

ВАРИАНТ 36

1. Через точку $(1;2)$ провести прямую, расстояния которой до точек $(2;3)$ и $(4;-5)$ были бы одинаковы.

2. Привести к каноническому виду и построить:

а) $3y^2+5x+12y=13$;

б) $x^2-4y^2-2x-16y-31=0$;

в) $x^2+y^2+2x+4y=4$.

3. Написать уравнение параболы с директрисой $y=-8$, фокус которой находится в точке $(0;2)$.

4. Написать уравнение прямой, проходящей через верхнюю вершину эллипса $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$, перпендикулярно прямой, проходящей через фокус параболы $y^2-12x=0$ и центр окружности $x^2+y^2+2x-2y=0$.

5. Найти скалярное $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ и векторное $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ произведения векторов. Координаты точек $A(0;2;1), B(3;2;3), C(0;1;-1)$ заданы в декартовой системе координат.

6. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1;-2;1)$ перпендикулярно прямой $\begin{cases} x-2y+z-3=0 \\ x+y-z+2=0 \end{cases}$.

7. Написать уравнение линии пересечения двух плоскостей $\begin{cases} 2(x-1)-3y+7(z+1)=0 \\ (x-1)+2y-2(z+1)=0 \end{cases}$ в параметрическом виде.

Вариант №1.

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{3n^2+5n+4}{2n^3+6n^2+3};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^4-2}{\sqrt{x^8+3x+4}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}\right).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to\pi/2}\frac{\cos x}{(\pi-2x)(1-4x)};$$

б) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x}\cdot tg(3\sqrt{x})}{2^{1+x}-2}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=\ln(x^2-3x+1);\quad \beta(x)=(x-3)(\sqrt{x+1}-2);\quad x_0=3.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}-x\ при\ x\le 0\\ x^2\ при\ 0<x<1\\ 2\ при\ x\ge 1.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=\dfrac{x^3}{x-2}.$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №2

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{5n^4+7n^3+8}{3n^2+2n+1};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+\sqrt{x^3+2}}{x^2-x+1}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to3}\frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2-9}};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}(\sqrt{5x^2+8x+3}-\sqrt{3x^2+4x+3}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to0}\frac{(1-\cos 5x)(2+x^2)}{x^2};$$

б) $$\lim_{x\to1}\frac{\ln(1+x)(\sin x-\sin 1)}{\sin x\ln x}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=e^{x^2+2x}-e^3;\quad \beta(x)=\sqrt[3]{5x-4}-1;\quad x_0=1.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}-x^2 \text{ при } x\le 0\\ 2-x \text{ при } 0<x\le 2\\ 0 \text{ при } x>2.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=5^{\frac{1}{x-3}}$.

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №3

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{6n^5+7n^4+3}{7n^6+5n^2+4};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}{\sqrt{x+1}}.$$

2) Найти пределы функции:

а) $$\lim_{x\to-2}\frac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x^3+8};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}x(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to x_0}\frac{tgx-tgx_0}{x-x_0};$$

б) $$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt[5]{(1+x)^3}-1}{x\ln(1+x^2)}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=3^x-3^{x^2-2};\quad \beta(x)=x^2+3x+2;\quad x_0=-1.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}2-x \text{ } при \text{ } x<0\\ x^2+1 \text{ } при \text{ } 0\le x<1\\ 3-x \text{ } при \text{ } x\ge1.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $$y(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x-2}.$$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №4

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{4n^3+2n^2+n}{3n^3+2n+1};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[3]{x^2+x}}{x+2}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to a}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}-\sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2-a^2}};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(x+\sqrt[3]{1-x^3}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to\pi/4}\frac{\sin x-\cos x}{\pi-4x};$$

б) $$\lim_{x\to 0}\frac{e^{\sin 2x}-e^{\sin 4x}}{\sqrt[3]{1+x^2}-\sqrt[3]{1-x}}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=\sqrt{5+x}-\sqrt{5-x};\quad \beta(x)=\ln(x^2+4x+1);\quad x_0=0.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}x+1 \; при \; x\le 0\\ (x-1)^2 \; при \; 0<x\le 2\\ 3 \; при \; x>2.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=e^{\frac{1}{2-x}}$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №5

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+x}-x};$$

б) $$\lim_{n\to\infty}\frac{5n^2+3n+2}{6n^4+2n+1}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 9}\frac{\sqrt{2x+7}-5}{3-\sqrt{x}};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{x}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to -2}\frac{(2x^2+5x+2)tg(x+2)}{\cos x-\cos 2};$$

б) $$\lim_{x\to 0}\frac{5^x-5^{x^2}}{(1-e^x)\sin 3x}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=\sqrt[5]{1+8x}-1;\quad \beta(x)=\ln(3x+1);\quad x_0=0.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases} x+1 \text{ } при \text{ } x<0 \\ x^3 \text{ } при \text{ } 0\le x<1 \\ -2x+4 \text{ } при \text{ } x>2. \end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $$y(x)=\frac{x^2}{(x-2)^2}$$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №6

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{3n^8-8n+1}{8n^3+1};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+3x}}{\sqrt[3]{x^3-2x^2}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{1-x+x^2}}{x^2-x};$$

б) $$\lim_{x\to\infty} x(\sqrt{x^2+1}-x).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{(1-\cos 5x)\arcsin x}{1-\cos 3x};$$

б) $$\lim_{x\to 2}\frac{\ln(3-x)(2^{\sin x}-2^{\sin 2})}{(x-2)\ln(3+x^2-3x)}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=\sqrt[5]{x+1}-\sqrt[5]{1-5x};\quad \beta(x)=\sin x(\sqrt{1+2x}-1);\quad x_0=0.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}3+x \text{ при } x\le -1\\ x^2+1 \text{ при } -1<x<1\\ x \text{ при } x\ge 1.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $$y(x)=\frac{x^2+8}{x-4}.$$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №7

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{10^6 n}{n^2+1};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x}}{\sqrt{2x+1}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to-1}\frac{\sqrt{4+x+x^2}-2}{x+1};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^3+x+1}-\sqrt{x^3-x+1}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to0}\frac{tgx-\sin x}{x^3};$$

б) $$\lim_{x\to-1}\frac{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{2+x}}{3^{x^2+1}-9}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=(x+3)\ln(2-x);\quad \beta(x)=\sqrt[3]{3x-2}-1;\quad x_0=1.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases} x+2 \ \text{при}\ x<1 \\ \sqrt{x}\ \text{при}\ 1\le x\le 4 \\ -x+6\ \text{при}\ x>4. \end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=2^{1/x}$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №8

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{3n^2+5}{2n^2+3n+1};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x}-\sqrt[3]{6x^4}}{\sqrt{3x^2+1}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{1+x+x^2}-\sqrt{7+2x-x^2}}{x^2-2x};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}((x+1)^{2/3}-(x-1)^{2/3}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+3x\sin x)}{(2^x+1)tgx^2};$$

б) $$\lim_{x\to 0}\frac{8^x-7^x}{6^x-5^x}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=1-2\cos x;\quad \beta(x)=tg(x-\frac{\pi}{3});\quad x_0=\frac{\pi}{3}.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases} x+3 \ при\ x\le 0 \\ \sqrt{x}\ при\ 0<x<1 \\ \frac{1}{x}\ при\ x\ge 1. \end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $$y(x)=\frac{2}{x^2-4}$$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №9

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{3n^3+2n+1}{(n+1)(n^2+1)^2};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{2x^2+1}}{\sqrt[3]{2x^3-1}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[4]{x}-1}{x-1};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(x^{4/3}-(x^2-1)^{2/3}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(x+2)-\ln 2}{x};$$

б) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[5]{1+2x}-1}{(e^x+1)tg3x}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=\sin x-\sin 2;\quad \beta(x)=2x^2-5x+2;\quad x_0=2.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}\sin x\ \textit{при}\ x\le \pi/2\\ 1\ \textit{при}\ \pi/2<x<4\\ x-4\ \textit{при}\ x\ge 4.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $$y(x)=\frac{x-1}{x(x+2)}$$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №10

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{5n^2+10}{(n+2)(n^3+1)};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{3x+1}+\sqrt[3]{x^4}}{\sqrt{3x^2+1}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 9}\frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{3x-2}-5};$$

б) $$\lim_{x\to\infty} x^{4/3}(\sqrt[3]{x^2+1}-\sqrt[3]{x^2-1}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\ln\cos x}{\ln(1+x^2)};$$

б) $$\lim_{x\to 3}\frac{e^{x^2+x}-e^{4x}}{\sqrt[4]{1+2x}-\sqrt[4]{10-x}}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=x\sin 2x;\quad \beta(x)=\sqrt{3x+1}-1;\quad x_0=0.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}\cos x \ \text{при} \ x\le 0\\ 1-x \ \text{при} \ 0<x<2\\ 1 \ \text{при} \ x\ge 2.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $$y(x)=\frac{\sin x}{x}$$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №11

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{5n^3+9n^2+4}{(n+1)^3(n\ \ +2)};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[4]{x^4+3x^2}}{\sqrt[3]{x^3+10}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x+1}-1};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{4x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\cos(x+1)-\cos(5x+1)}{\ln(1+x)-\ln(2x+1)};$$

б) $$\lim_{x\to 9}\frac{\sqrt[5]{3x+5}-2}{(3-\sqrt{x})\sin(x-9)}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=tg(x^2+2x-3);\quad \beta(x)=(e^{x^2}+1)(e^{7x^2}-e^{2x+5});\quad x_0=1.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}\cos x\ \textit{при}\ x<0\\ (1-x)^2\ \textit{при}\ 0\le x\le 2\\ 0\ \textit{при}\ x>2.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $$y(x)=\frac{x}{(x+3)(x-8)}$$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №12

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{(n+4)^2(n+3)^2}{(2n+1)^3(3n\ \ +1)};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-3x-4}{\sqrt{x^4+1}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{3x^2+1}-1}{x^3+x^2};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}(\sqrt{6x^2+1}-\sqrt{5x^2-4x}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[7]{x+1}-1}{(2^x+3)\ tgx};$$

б) $$\lim_{x\to 1}\frac{\sin(e^{x-1}-1)}{\ln x}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=\sin(3x+1)-\sin(x^2+3);\quad \beta(x)=3^{2x\ -1}-27;\quad x_0=2.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases} x^2+1\ при\ x\le 0\\ \cos x\ при\ 0<x\le\pi/2\\ x\ при\ x>\pi/2.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=6^{\frac{1}{5-x}}$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №13

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{5n^7+8n^6+2n^2+1}{(n+1)^4(2n^2+1)};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[5]{x^5+2x}+\sqrt[3]{x^3+1}}{x+\sqrt[3]{x}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to-1}\frac{\sqrt[3]{2x\ \ +1}+1}{\sqrt[3]{x+2}+x};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(x-\sqrt{x^2+ax+b}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to0}\frac{1-\cos^3 x}{x\sin x};$$

б) $$\lim_{x\to3}\frac{\ln(x-2)\arcsin(x-3)}{\ln\cos(x-3)}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=e^{x+1}-e^{\sqrt{x+1}};\quad \beta(x)=\sqrt{\sin x};\quad x_0=0.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}-x \ \text{при}\ x\le0\\ \sin x \ \text{при}\ 0<x\le\pi\\ x-2\ \text{при}\ x>\pi.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $$y(x)=x+\frac{2}{x^2}$$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №14

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^3(n\ \ +1)^2}{5n^4+4n^3+3n};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{10+x\sqrt[3]{x}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{1+3x}-\sqrt{1-2x}}{x+x^2};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+a^2}-\sqrt{x^2+b^2}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 2}\frac{\ln(2x^2+4x-15)}{x^2+3x-10};$$

б) $$\lim_{x\to\pi/4}\frac{\sqrt{2}\cos x-1}{1-tg^2x}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=\sqrt{3x+1}-1;\quad \beta(x)=\sin 3x+\sin 7x;\quad x_0=0.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}0\ при\ x\le 0\\ tgx\ при\ -0<x<\pi/2\\ x-1\ при\ x\ge\pi/2.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=\dfrac{x^2}{x+3}.$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №15

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{1000n^2+100n+10}{(n+1)^2 n};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[3]{x^2+1}+\sqrt{x^3+1}}{x+1}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{4x^2-7x+4}-x).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{e^{x\cos^2 x}-e^x}{tg(1-x)-tg(x+1)};$$

б) $$\lim_{x\to e}\frac{\ln x-1}{x-e}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=(x-1)\ln(2-x^2);\quad \beta(x)=\sqrt[3]{x+2}-\sqrt[3]{2x^2+1};\quad x_0=1.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}-x \text{ } при \text{ } x\le 0\\ 1/x \text{ } при \text{ } 0<x\le 2\\ 1/2 \text{ } при \text{ } x>2.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $$y(x)=\frac{e^x-1}{x}.$$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №16

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{n^5+2n^3+1}{n(n+1)^3(2n+1)^2};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{14x+1}{2x+\sqrt[3]{x^2+x+\sqrt{x}}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 3}\frac{3-\sqrt{x+6}}{1-\sqrt{4-x}};$$

б) $$\lim_{x\to\infty} x^{3/2}(\sqrt{x^3+2}-\sqrt{x^3-2}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 0}\left(ctgx-\frac{1}{\sin x}\right);$$

б) $$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(x^2+1)-\ln(3x+1)}{\sqrt[4]{16-x}-2}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=\sqrt[3]{3-x}-\sqrt[3]{5-x^2};\quad \beta(x)=tg^2(x-2);\quad x_0=2.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases} x \text{ при } x\le 1 \\ (x-2)^2 \text{ при } 1<x<3 \\ 4 \text{ при } x\ge 4. \end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=\dfrac{1-2x}{x+4}$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №17

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{n^8(n+1)}{(3n+1)^3};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{5x^6-1}{\sqrt{x^{12}+6x^7+5x^4+2}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[4]{mx+1}-1}{x};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^3-1}-\sqrt{x^2-1}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to\pi/3}\frac{tg\frac{\pi}{3}-tgx}{1-2\cos x};$$

б) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x+1}}{2-2^{\cos x}}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=(\sqrt{6x+1}-5)\sin^2(x-4);\quad \beta(x)=\ln(x^2-x-11);\quad x_0=4.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}\sqrt{-x}\ \text{при}\ x\le -1\\ 1\ \text{при}\ -1<x<2\\ x-2\ \text{при}\ x\ge 2.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $$y(x)=\frac{x^2}{x+3}.$$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №18.

6) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{(2n+3)^4}{3n^4+2n^3+2n+1};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{9x^2+1}+\sqrt[3]{x^2-1}}{\sqrt{x^4+1}+\sqrt[5]{x^4-1}}.$$

7) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 7}\frac{2-\sqrt[3]{x+1}}{x^2-49};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{(x+a)(x+b)}-x).$$

8) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to\pi/4}\frac{\ln tgx}{1-ctgx};$$

б) $$\lim_{x\to 0}\frac{2^{3x}-2^x}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x^2+1}}.$$

9) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=\sqrt[5]{x+1}+\sqrt[5]{x^2-1};\quad \beta(x)=(3^x-1)\arcsin x;\quad x_0=0.$$

10) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}1/x \text{ } при \text{ } x<0\\ \sin x \text{ } при \text{ } 0\le x<\pi\\ x-\pi \text{ } при \text{ } x\ge\pi.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=x+\dfrac{x}{2x-1}.$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №19.

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{(2n+3)^3(3n+1)^2}{(n+4)^4(5n+6)^2};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{5x^2+4}+\sqrt[4]{x^5+1}}{\sqrt[3]{x^3+2}+\sqrt[6]{x^7+4}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 10}\frac{(\sqrt{x-1}-3)(\sqrt{x+6}-2)}{x\ -10};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(\sqrt[3]{x^3+x^2+1}-\sqrt[3]{x^3-x^2+1}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to\pi/4}\frac{(2\cos x-\sqrt{2})\sin x}{\sqrt{tgx}-1};$$

б) $$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(5x^3+1)}{x\sin 5x}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=\sqrt[4]{x+1}-\sqrt[4]{5-x}\ ;\quad \beta(x)=2^{x^2}-2^{x+2};\quad x_0=2.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}-2\ \textit{при}\ x\le 1\\ 1\ \textit{при}\ 1<x\le 3\\ (x-4)^2\ \textit{при}\ x>3.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $$y(x)=\frac{x^2+3x+8}{(x-1)(x+5)}.$$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №20.

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{(4n)^4(5n+3)^2}{7n^3+5n+4};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[4]{2x^2+3x}+x}{\sqrt[3]{x^3+1}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2+4}-2}{\sqrt{x^2+9}-3};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^3+3x^2}-\sqrt{x^2-2x}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-\cos 3x}{\sqrt{x+1}\ln(x^2-x+1)};$$

б) $$\lim_{x\to 1}\frac{5^{x^2+2x}-125}{\sin \pi x}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=(\sqrt{6x+1}+5)\sin^2(x^2-4);\quad \beta(x)=\ln(3x+2)-\ln 8;\quad x_0=2.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}-x\ \textit{при}\ x\le 0\\ x+1\ \textit{при}\ 0<x\le 4\\ \sqrt{x}+3\ \textit{при}\ x>4.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=\dfrac{x^2}{x^2-9}$.

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №21.

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{n^3(3n+4)^3}{(2n^2+1)(4n+7)^5};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[5]{x^4+4x+2}+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^4+4}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2-x}}{\sqrt[3]{x+2}-\sqrt[3]{2-x}};$$

б) $$\lim_{x\to\infty} x^{1/3}[(x+1)^{2/3}-(x-1)^{2/3}].$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{1-2^{x^2}};$$

б) $$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x^2+1}(e^{x^2-2}-e^2)}{\ln(3-x)-\ln(x-1)}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=\sqrt[4]{2x-5}-1;\quad \beta(x)=\cos x-\cos 3;\quad x_0=3.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}-2x\ при\ x\le -1\\ 2\ при\ -1<x\le 0\\ \dfrac{1}{x}\ при\ x>0.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=\dfrac{x^2}{(x+1)^2}$.

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №22.

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{2n^3+1}{4n^4+2n^3+7n^2+n+1};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[4]{x^5+4x}+x}{\sqrt[3]{x^4}-1}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{(x^2-9)(x^2-1)};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+1}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 2}\frac{e^{x^2+2x-5}-e^3}{\sqrt[3]{x+4}-\sqrt[3]{8-x}};$$

б) $$\lim_{x\to 0}\frac{tg(x^2+3x)}{x\sin(x+\pi/2)}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=\sqrt{x^2+16}-4;\quad \beta(x)=\ln(x+3)-\ln 3;\quad x_0=0.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}x^2+2 \text{ при } x\le 1\\ x+2 \text{ при } 1<x\le 3\\ -4 \text{ при } x>3.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=\dfrac{1}{x(x+1)}$.

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №23.

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{5n^4+4n^2+4}{(n^4+1)^2};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[3]{x^4+3x^3}+\sqrt[3]{x^2+2}}{\sqrt[4]{x^3+3x}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 16}\frac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt{x}-4};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x(x+a)}-x).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2+2x-1}-e^{-1}}{(x+1)\ln(x^2+3x+1)};$$

б) $$\lim_{x\to 1}\frac{3x^2+6x-9}{\cos x-\cos(3-2x)}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=\sin\pi x;\quad \beta(x)=\ln(x^2+2x-7);\quad x_0=2.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases} x-1 \text{ } при \text{ } x\le 0 \\ x+1 \text{ } при \text{ } 1<x<4 \\ x^2-8x+21 \text{ } при \text{ } x\ge 4. \end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=\dfrac{x^2+2}{x-3}.$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №24.

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{5(n+4)^4(3n+1)^3}{3(4n\ \ +1)^3(n+3)^4};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+\sqrt{x^4+4x}}{\sqrt{x^2+3x}+\sqrt[3]{x^4}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 8}\frac{\sqrt{2x+9}-5}{\sqrt[3]{x}-2};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{3x^2-5x+6}-x).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 2}\frac{\cos ecx-\cos ec2}{(x-2)\arcsin(x-2)};$$

б) $$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(x+a)-\ln a}{x}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=2^{x+2}-8;\quad \beta(x)=tg2x(\sqrt[4]{x^2-2x+2}-1);\quad x_0=1.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x}\ при\ x<0\\ 1-x\ при\ 0\le x\le 1\\ x-1\ при\ x>1.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=\dfrac{x}{(x^2+4)(x-3)}$.

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №25.

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{4n^4+5n^3+7}{3n^2+6n+1};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{x^4+\sqrt[3]{2x^2+1}}{x^2+\sqrt[5]{3x^3+4}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{3x+8-x^2}-2}{x^2+x};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^4+2x^2-1}-\sqrt{x^4-2x^2-1}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 2}\frac{e^{x-4}-e^{6-x^3}}{\ln(2x-3)\sin\frac{\pi x}{4}};$$

б) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(3x-x^2)}{(\sqrt{x+16}-4)(\sqrt{x+9}-1)}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=\cos(\frac{\pi}{6}+x);\quad \beta(x)=\frac{1}{3}tg^3x-tgx;\quad x_0=\frac{\pi}{3}.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases} x^3 \text{ } при \text{ } x\le 1 \\ 1 \text{ } при \text{ } 1<x<3 \\ x-3 \text{ } при \text{ } x\ge 3. \end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=\dfrac{x+1}{(3-x)}.$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №26.

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{4n^6+8n^4+3}{6n^4+3n^3+1};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^4+4}+\sqrt[3]{x^5+3}}{\sqrt{x^5+5}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{x+27}-\sqrt[3]{27-x}}{2\sqrt[3]{x^4}+x};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{4x^4+13x^2-7}-3x^2).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2}-\sqrt{\cos x+1}}{(1+2\cos x)\sin^2 x};$$

б) $$\lim_{x\to 0}\frac{e^x+\sin x-1}{\ln(x+1)}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=2^{x^2}-2;\quad \beta(x)=ctg\ x+ctg1;\quad x_0=-1.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}-\sqrt{-x}\ при\ x\le 0\\ x-2\ при\ 0<x\le 1\\ -x\ при\ x>1.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=\dfrac{x^2-1}{x+2}.$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №27.

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{7n^4+4n^2+4}{8(2n+1)^3(3n+1)};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[3]{5x^4+3x+2}}{\sqrt{x+1}+\sqrt[4]{x^3+4x+1}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{1-x}};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+3x^2+4x}-\sqrt[3]{x^3-3x^2+4}\right).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 2}\frac{(2-x)\cos(x-1)}{\sin(3-x)-\sin(x-1)};$$

б) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[4]{x^2+x+1}-\sqrt[4]{x+1}}{\ln(x+1)-\ln(1-x)}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=(\sqrt{3-x}-\sqrt{x+3})^3;\quad \beta(x)=e^{x^2+3}-e^3;\quad x_0=0.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}-\dfrac{2}{x}\ \textit{при}\ x<0\\ x^2\ \textit{при}\ 0\le x\le 2\\ 7\ \textit{при}\ x>2.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=\dfrac{x}{2}+\dfrac{3}{x}.$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №28.

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{(3n+4)^4(5n+1)}{(5n+3)^3(2n+1)^2};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^4+4x}+\sqrt{x^5+6x^3+1}}{\sqrt[3]{x^6+4x}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{\sqrt[3]{3x+1}-(x+1)};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{2x^4+8x^2+3}-\sqrt{x^4+x^2}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{\dfrac{x^2+1}{1-x}}-1}{\ln(1-x^2)tgx};$$

б) $$\lim_{x\to 1}\frac{1-\cos(3x-3)}{(x+3)(x-1)^2}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=\sqrt{x^2+2x}-x;\quad \beta(x)=5^{x+1}-5\ ;\quad x_0=0.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}-(x-1)^2\ \text{при}\ x\le 1\\ \sqrt{4-x^2}\ \text{при}\ 1<x<2\\ 0\ \text{при}\ x\ge 2.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=\dfrac{1-3x}{2-x^2}$.

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №29.

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{8n^9+9n^8+n}{6n^{10}+3n^5+1};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[3]{2x^2+4x}+\sqrt{5x^5+3x^3+4}}{\sqrt[3]{x^4}+\sqrt{x}}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 4}\frac{3-\sqrt{x+5}}{1-\sqrt{5-x}};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+2x}-2\sqrt{x^2+x}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{4\sin^2\frac{x}{2}}{\sin x-tgx};$$

б) $$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt[6]{3x-8}-\sqrt[6]{4-x}}{\cos x-\cos 3}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=e^{\sqrt{x^2+x+1}}-e;\quad \beta(x)=(2^x+1)\ln(x^2-x+1);\quad x_0=0.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases}-x-1\ \text{при}\ x\le 0\\ -1\ \text{при}\ 0<x\le 2\\ (x-3)^2\ \text{при}\ x>2.\end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $\quad y(x)=2x-\dfrac{1}{(x+1)^2}$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №30.

1) Найти пределы:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{10n^8-1}{(n^4-1)(2n^4+1)};$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[3]{3x+2}}{\sqrt[3]{x}+5x}.$$

2) Найти пределы функций:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2+x+1}-1}{x};$$

б) $$\lim_{x\to\infty} x^{3/2}(\sqrt{x+2}-2\sqrt{x+1}).$$

3) Найти пределы с помощью замены эквивалентных бесконечно малых:

а) $$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt[7]{\frac{4x}{x^2-x+6}}-1}{\ln(5-x^2)};$$

б) $$\lim_{x\to 0}\frac{e^x x\sin x}{x^5+3x^2}.$$

4) Сравнить две функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$, бесконечно малые в точке x_0:

$$\alpha(x)=1-\cos^3 x;\quad \beta(x)=x(3^{x^2+1}-3);\quad x_0=0.$$

5) Дана функция

$$y(x)=\begin{cases} x \text{ при } x\le 0 \\ ctgx \text{ при } 0<x\le \pi/2 \\ 0 \text{ при } x>\pi/2. \end{cases}$$

Указать промежутки непрерывности, точки разрыва и их характер. Построить график функции.

6) Дана функция $y(x)=\dfrac{x+2}{x^2-9}.$

Указать промежутки непрерывности и исследовать пределы функции на концах каждого промежутка.

Вариант №1

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y = x^3 + 3x$; в) $y = \dfrac{2x^2}{x^3 - 27}$

б) $y = \dfrac{1 - 4x}{2x}$; г) $y = \dfrac{x(x+2)}{2x-1}$

Вариант №2

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y = x(x-3)^2$; в) $y = \dfrac{x^2}{3x+5}$

б) $y = \dfrac{5x-2}{1-2x}$; г) $y = \dfrac{x^3}{4-x}$

Вариант №3

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y = (x-3)^2(x+1)$; в) $y = \dfrac{2x^2 - 1}{4x(x-1)}$

б) $y = \dfrac{x+3}{2x-1}$; г) $y = \dfrac{x^3 - 3}{2(x+1)}$

Вариант №5

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y = (x+1)(x-2)^2$; в) $y = \dfrac{4 - x^2}{2x-1}$

б) $y = \dfrac{2x+5}{x-2}$; г) $y = \dfrac{x^3 + 3}{x-1}$

Вариант №4

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=(x-1)^2(x+2)$; в) $y=\dfrac{1-4x}{1-4x^2}$

б) $y=\dfrac{2x+3}{x-2}$; г) $y=\dfrac{4x^3}{3-x}$

Вариант №6

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=(x+3)^3(x+1)$; в) $y=\dfrac{3x^4+16}{4x^3}$

б) $y=\dfrac{2x-1}{x-4}$; г) $y=4-\dfrac{1}{2x^2-2}$

Вариант №7

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=(x-\dfrac{1}{2})^3(x+2)^2$; в) $y=\dfrac{9}{x-5}-5+x$

б) $y=\dfrac{5x}{2x-4}$; г) $y=\dfrac{x^3-16}{x}$

Вариант №8

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=x^4-2x^3+1$; в) $y=\dfrac{x^2-2x+1}{x^2-4}$

б) $y=\dfrac{3x}{x-2}$; г) $y=\dfrac{x^2-2}{2x+3}$

Вариант №9

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x$; в) $y=\frac{x^2-5}{x-3}$

б) $y=\frac{4-x}{2x-1}$; г) $y=\frac{3x^3}{x+5}$

Вариант №10

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=(x+\frac{1}{3})^2(x+2)^3$; в) $y=\frac{3x^4+1}{x^3}$

б) $y=\frac{2x+1}{3x-1}$; г) $y=\frac{x^3}{1+2x}$

Вариант №11

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=(x^2-1)^2$; в) $y=\frac{2x^2}{x^2+x-2}$

б) $y=\frac{3x-5}{x+2}$; г) $y=\frac{4x^2-3}{x+1}$

Вариант №12

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=(x-2)^5(2x+1)^4$; в) $y=\frac{3-x^3}{(x-3)^2}$

б) $y=\frac{3-x}{x+2}$; г) $y=\frac{x^3+16}{x}$

Вариант №13

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=(x+2)^5(2x+3)^3$;   в) $y=\dfrac{x^2-7}{x-2}$

б) $y=\dfrac{2x-1}{x-4}$;   г) $y=\dfrac{2x^3}{x+2}$

Вариант №14

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=(x-\dfrac{1}{2})^2(x+1)^4$;   в) $y=\dfrac{4x^3-x^2}{x(x-1)}$

б) $y=\dfrac{x+5}{3x-2}$;   г) $y=\dfrac{8x^3}{x+5}$

Вариант №15

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=4x^2-x^4-3$;   в) $y=\dfrac{3x^2}{(x-2)^2}$

б) $y=\dfrac{1-3x}{2x-4}$;   г) $y=\dfrac{4x^3}{x+3}$

Вариант №16

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=(x+2)^3(x-1)^2$;   в) $y=\dfrac{x^2}{x-2}$

б) $y=\dfrac{2x+1}{5x-4}$;   г) $y=\dfrac{3x^3}{x+6}$

Вариант №18

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=(x-\frac{1}{2})^2(x+1)^4$; в) $y=\frac{x^2}{x^2-9}$

б) $y=\frac{x-3}{2x-2}$; г) $y=\frac{x^3-2}{2x}$

Вариант №17

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=x^3-\frac{x^4}{4}$; в) $y=\frac{3x^4+1}{x^3}$

б) $y=\frac{3x}{x+2}$; г) $y=\frac{1}{x}-2x^2$

Вариант №19

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=3x^2-x^4$; в) $y=\frac{x^3}{1-x^2}$

б) $y=\frac{1-2x}{4-x}$; г) $y=\frac{4(x^3+1)}{x}$

Вариант №20

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=(x-1)(x+2)^3$; в) $y=\frac{8x^2}{x^2+4x+4}$

б) $y=\frac{2x-1}{1-3x}$; г) $y=\frac{x^3}{1-3x}$

Вариант №21

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=(x-3)^2(x-4)^3$; в) $y=\dfrac{4x^2}{x^2-9}$

б) $y=\dfrac{5x}{4-2x}$; г) $y=\dfrac{x^2(x-1)}{2-x}$

Вариант №22

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=(x-4)^3(x-1)^2$; в) $y=\dfrac{3x^2}{x^2-4}$

б) $y=\dfrac{x-4}{2x+1}$; г) $y=\dfrac{x^3-16}{2x}$

Вариант №23

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=x^2(4-x^2)$; в) $y=\dfrac{x^2}{x^2-3x+2}$

б) $y=\dfrac{3x}{4-x}$; г) $y=\dfrac{x^3}{2-3x}$

Вариант №24

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=12x^3+18x^2$; в) $y=\dfrac{2(x^2+1)}{1-x^2}$

б) $y=\dfrac{2x+1}{3x-1}$; г) $y=\dfrac{x^2-3}{2-x}$

Вариант №25

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y = x^2(x-3)^2$; в) $y = \dfrac{x^2}{x^2 - 5x + 4}$

б) $y = \dfrac{2x+3}{x-2}$; г) $y = \dfrac{4x^3}{8-x}$

Вариант №26

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y = (x + \frac{1}{3})^2 (x+2)^3$; в) $y = \dfrac{x^2 + 8}{2x+1}$

б) $y = \dfrac{3-x}{x+2}$; г) $y = \dfrac{(x+3)^3}{x+2}$

Вариант №27

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y = \dfrac{4x^3 - x^4}{5}$; в) $y = \dfrac{x^3}{x^2 - 4}$

б) $y = \dfrac{x+5}{3x-2}$; г) $y = \dfrac{1-x^3}{3x}$

Вариант №28

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y = (x+5)^3 (x-1)^2$; в) $y = \dfrac{x^4}{x^3 - 8}$

б) $y = \dfrac{5-x}{x-6}$; г) $y = \dfrac{4x^3}{x+8}$

Вариант №29

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=(x-1)(x+2)^2$;

в) $y=\dfrac{2(x^2+1)}{1-x^2}$

б) $y=\dfrac{1-x}{2x+3}$;

г) $y=\dfrac{3x^3-1}{2-x}$

Вариант №30

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=16x(x-1)^3$;

в) $y=\dfrac{(x+1)^2}{2x-1}$

б) $y=\dfrac{2x+1}{3x-1}$;

г) $y=\dfrac{x^3-2x^2+6}{3-x^2}$

Вариант №31

Исследовать функции и построить их графики:

а) $y=3x^2-x^4$;

в) $y=\dfrac{2x^2}{x^2+x-2}$

б) $y=\dfrac{2x+5}{x-2}$;

г) $y=\dfrac{3x^3}{x+5}$

Вариант 1

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{23} и алгебраическое дополнение A_{14} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 23 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 16 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -8 \\ 3 & 1 & -1 \\ 5 & 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & -4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \\ 4 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + x_3 = 2.5 \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 = 5 \\ x_1 - 6x_2 + 4x_3 = -1 \end{cases}$, $\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + x_3 = -27 \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 = -1 \\ x_1 - 6x_2 + 4x_3 = -27 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 4 \\ x_1 + 2x_3 - 3x_4 - 5x_5 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 - x_5 = -1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 6 \end{cases} .$$

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + x_3 = 0 \end{cases} .$$

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить

систему уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 12 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$.

Вариант 2

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 5 & 7 & 4 & -1 \\ 3 & 0 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & -3 \\ 3 & 0 & -5 & 4 \end{vmatrix}$.
2. Найти минор M_{21} и алгебраическое дополнение A_{23} из задачи 1.
3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -3 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -22 \end{cases}$.
4. Найти произведение матриц :

   а) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 7 & 15 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 & 2 \\ 3 & 7 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & -1 \\ 3 & 0 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$
5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

   $\begin{cases} 15x_1 + 11x_2 - x_3 = 18 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -3 \\ -2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = -5 \end{cases}$, $\begin{cases} 15x_1 + 11x_2 - x_3 = 3.5 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1.5 \\ -2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 6 \end{cases}$.
6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

   $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 11x_3 = 6 \\ x_1 \qquad + 8x_3 = 4 \end{cases}$.
7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

   $\begin{cases} 7x_1 - x_2 - 4x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 = 0 \end{cases}$.
8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

   Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$
9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & -12 & 5 \\ -1 & 17 & -7 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, и с её помощью

   решить систему уравнений $\begin{cases} x_1 - 12x_2 + 5x_3 = 6 \\ -x_1 + 17x_2 - 7x_3 = -8 \\ \qquad -2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$.

Вариант 3

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 0 & 5 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 5 \\ 4 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{41} и алгебраическое дополнение A_{24} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 2 & 7 & -1 \\ 5 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 5 \\ 2 & 7 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \\ 7 & 15 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 4x_1 + 5x_3 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -2 \\ x_1 + 7x_2 - 18x_3 = 77 \end{cases}$, $\begin{cases} 4x_1 + 5x_3 = -9 \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -10 \\ x_1 + 7x_2 - 18x_3 = 24 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4 + x_5 = -4 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 8 \\ x_1 - 13x_2 + 5x_3 - 16x_4 - 5x_5 = -28 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 7x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$, и с её помощью

решить систему уравнений $\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 1 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 12 \end{cases}$.

Вариант 4

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 9 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{24} и алгебраическое дополнение A_{32} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 14 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -16 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -8 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \\ 5 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 0 & 1 \\ 15 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3 \\ 7 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \\ 7 & 8 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} x_1 - x_2 + 5x_3 = -10/3 \\ 2x_1 + 3x_2 = 5 \\ 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 7 \end{cases}$, $\begin{cases} x_1 - x_2 + 5x_3 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 = 4 \\ 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 19 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 = -5 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 0 \\ 4x_1 + 14x_2 + x_3 + 7x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & -8 & -5 \\ -4 & 7 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2 & 6 & 8 \\ 2 & 6 & 12 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить

систему уравнений $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 5 \\ 2x_1 + 6x_2 + 8x_3 = 8 \\ 2x_1 + 6x_2 + 12x_3 = 8 \end{cases}$.

Вариант 5

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{43} и алгебраическое дополнение A_{24} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 16 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & 8 & 1 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 3 & 8 & -1 \\ 2 & 5 & -2 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 & 4 \\ 2 & -1 & -7 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 7 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 7x_1 - 15x_2 + x_3 = 28.5 \\ 2x_1 + 11x_2 - 18x_3 = -62 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$, $\begin{cases} 7x_1 - 15x_2 + x_3 = 3.5 \\ 2x_1 + 11x_2 - 18x_3 = -60 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 = -6.5 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_5 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 5x_4 - x_5 = 6 \\ x_2 - x_3 + x_4 - +x_5 = 0 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 16x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 5x_1 - x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы . $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & 1 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}$

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, и с её помощью

решить систему уравнений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = -1. \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$

Вариант 6

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 6 & 2 & -10 & 4 \\ -5 & -7 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & -6 \\ 3 & 0 & -5 & 4 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{31} и алгебраическое дополнение A_{43} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0.5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 8 & 5 & -1 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 5 \\ -2 & 7 & 4 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 18 \\ 3 & -1 & -3 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 7 & 4 \\ 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 7 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 19 \\ 3x_1 + 4x_3 = 22 \end{cases}$, $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 \\ 3x_1 + 4x_3 = 10 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 4 \\ x_1 - 3x_2 + x_4 = -10 \\ x_1 - x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 = 0 \\ 3x_1 + 2x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 5 & 3 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить

систему уравнений $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 7 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\ 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12 \end{cases}$.

Вариант 7

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{34} и алгебраическое дополнение A_{21} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 19 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 14 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 7 & -2 \\ 3 & -3 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \\ 3 & 7 & -2 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & -1 \\ 5 & 7 & 4 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ -1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 - 3x_3 = 10 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 10 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$, $\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -12 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -10 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = -12 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 - 7x_5 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 5x_4 + 8x_5 = 3 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 5x_1 - 5x_2 + 8x_3 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \\ -5 & -4 & -1 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить

систему уравнений $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 14 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 16 \end{cases}$.

Вариант 8

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.
2. Найти минор M_{14} и алгебраическое дополнение A_{32} из задачи 1.
3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = -11 \end{cases}$.
4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 2 \\ 5 & -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & -4 & 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ -1 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 \\ -3x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 10 \end{cases}$, $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15 \\ -3x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -9 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ 4x_1 + 4x_3 = 9 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 3x_3 + 9x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$, и с её помощью

решить систему уравнений $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 9 \\ 6x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 10 \\ 5x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 2 \end{cases}$.

Вариант 9

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{34} и алгебраическое дополнение A_{42} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -5 \\ 2 & 11 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 3 & -7 & 5 & -15 \\ 11 & 2 & 4 & -8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \\ -3 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -7 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -19 \\ 3x_1 + 4x_3 = -22 \end{cases}$, $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3.5 \\ 3x_1 + 4x_3 = 4.5 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 8 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 10 \\ x_1 + x_3 + x_4 = 5 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0 \\ 6x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -38 & 41 & -34 \\ 27 & -29 & 24 \end{pmatrix}$, и с её помощью

решить систему уравнений $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ -38x_1 + 41x_2 - 34x_3 = -72 \\ 27x_1 - 29x_2 + 24x_3 = 51 \end{cases}$.

Вариант 10

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 9 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{14} и алгебраическое дополнение A_{32} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 0 \\ -1 & 5 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 7 & 2 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 3 & 2 \\ 1 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + x_3 = 7 \\ 3x_2 - 5x_3 = -2 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$, . $\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + x_3 = 6.5 \\ 3x_2 - 5x_3 = -11.5 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -2.5 \end{cases}$

6. Методом Гаусса решить системy и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0 \\ 8x_1 + 2x_2 - x_3 = 21 \\ 2x_1 + 11x_2 - 16x_3 = 21 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 6 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - 5x_3 - 4x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 0 \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -5 \\ 1 & 2 & 2 \\ 5 & 7 & -2 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$, и с её помощью

решить систему уравнений $\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$.

Вариант 11

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{21} и алгебраическое дополнение A_{23} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -37 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 76 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

   а) $\begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 \\ -5 & -4 & 1 \\ 3 & 7 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ -3 & 3 & -4 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -7 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 0 & -4 \\ 1 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей:

   $\begin{cases} x_1 - 15x_2 + 7x_3 = 46/3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 2/3 \end{cases}$, $\begin{cases} x_1 - 15x_2 + 7x_3 = 53 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 14 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

   $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 1 \\ 7x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 5x_4 = 10 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

   $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 6x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 6x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 12x_4 = 0 \\ 2x_2 + 3x_4 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

   Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} -8 & 29 & -11 \\ -5 & 18 & -7 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$, и с её помощью

   решить систему уравнений $\begin{cases} -8x_1 + 29x_2 - 11x_3 = -19 \\ -5x_1 + 18x_2 - 7x_3 = -12 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$.

Вариант 12

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 7 & 2 & 4 & 3 \\ 5 & 0 & 6 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \\ 6 & 4 & 3 & 5 \end{vmatrix}$.
2. Найти минор M_{13} и алгебраическое дополнение A_{24} из задачи 1.
3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$.
4. Найти произведение матриц :

   а) $\begin{pmatrix} 15 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & 0 \\ 11 & 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 2 & -5 & 7 & -1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 5 \\ 9 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$
5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

   $\begin{cases} 2x_1 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 8x_3 = 9 \\ -x_1 + 7x_2 - 2x_3 = -10 \end{cases}$, . $\begin{cases} 2x_1 + x_3 = -1.5 \\ 3x_1 + 2x_2 + 8x_3 = -15.5 \\ -x_1 + 7x_2 - 2x_3 = 15 \end{cases}$
6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

   $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4 \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 1 \\ -7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3 \end{cases}$.
7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

   $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 0 \\ x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$.
8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

   Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$
9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить

   систему уравнений $\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 = 12 \\ 3x_1 + 9x_2 + 4x_3 = 16 \\ x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 9 \end{cases}$.

Вариант 13

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{34} и алгебраическое дополнение A_{12} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 11 & 0 & 4 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 7 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 9 & 1 \\ 5 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 5x_1 - 8x_2 + x_3 = 2/3 \\ 3x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 8 \\ -x_1 + x_2 - 6x_3 = 3/2 \end{cases}$, $\begin{cases} 5x_1 - 8x_2 + x_3 = -9 \\ 3x_1 + 8x_2 - 3x_3 = -5 \\ -x_1 + x_2 - 6x_3 = -40 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \end{cases} .$$

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \end{cases} .$$

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, и с её помощью

решить систему уравнений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 7 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 2 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$.

Вариант 14

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{43} и алгебраическое дополнение A_{34} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 19 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 1 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 14 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 5 & 1 & 7 \\ 8 & 15 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 & 7 \\ 6 & 1 & 9 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 8 & 0 \\ 3 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} x_1 + x_2 - 17x_3 = -3 \\ 15x_1 - 3x_2 + 9x_3 = 21 \\ 6x_1 - 5x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$, $\begin{cases} x_1 + x_2 - 17x_3 = 22 \\ 15x_1 - 3x_2 + 9x_3 = 48 \\ 6x_1 - 5x_2 + x_3 = 18 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \\ 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - 7x_4 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + 6x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 5x_3 + 13x_4 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить

систему уравнений $\begin{cases} x_2 + 3x_3 = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 4. \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 6 \end{cases}$

Вариант 15

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{31} и алгебраическое дополнение A_{43} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 11 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ -3 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 2 & -6 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 4 & -2 \\ 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - x_3 = -4 \\ 2x_1 + 5x_2 - 7x_3 = -3 \\ x_1 - 6x_2 + x_3 = -12 \end{cases}$, $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 - 7x_3 = 1.3 \\ x_1 - 6x_2 + x_3 = -0.6 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 2 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4 \\ 4x_1 + 14x_2 + x_3 + 7x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 7 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$, и с её помощью

решить систему уравнений $\begin{cases} x_1 - x_3 = 0 \\ -x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases}$.

Вариант 16

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{33} и алгебраическое дополнение A_{24} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -4 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -7 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 2 & 5 & -4 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 5 & 0 & 1 \\ 4 & -6 & 0 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & -6 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 7 \\ -x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -11 \end{cases}$, $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 12 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -10 \\ -x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 14 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 1 \\ x_1 + 2x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_5 = 1 \\ x_1 + 2x_3 + x_4 - x_5 = 2 \end{cases}.$$

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \\ 4x_1 + 11x_2 - 13x_3 + 16x_4 = 0 \\ 7x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}.$$

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 3 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить

системуравнений $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 = 3 \end{cases}$.

Вариант 17

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & 5 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{32} и алгебраическое дополнение A_{41} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 15 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 & 7 \\ 3 & 0 & 6 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -5 & 4 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 7x_3 = 17 \\ 3x_1 - x_2 + 6x_3 = 14 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$, $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 7x_3 = 45 \\ 3x_1 - x_2 + 6x_3 = 40 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 + 2x_4 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 7x_3 = 1 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 0 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E$.

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, и с её помощью

решить систему уравнений $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$.

Вариант 18

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & -6 \\ 3 & -2 & 9 & 4 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{13} и алгебраическое дополнение A_{14} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 12 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & -1 \\ 0 & -6 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 4 & 3 & -4 \\ 5 & 0 & -6 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & 8 & -8 & 0 \\ 9 & 4 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 7 & 8 \\ 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + x_3 = -12 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ -5x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 8 \end{cases}$, $\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + x_3 = 48 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = -8 \\ -5x_1 + 6x_2 + 3x_3 = -4 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2 \\ 3x_1 - 6x_2 - 3x_3 + 3x_4 = -6 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 2 & 4 & -5 \\ -4 & -3 & 2 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 9 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить

систему уравнений $\begin{cases} x_1 + 7x_2 + 9x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 = -1 \end{cases}$.

Вариант 19

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 & 7 \\ 4 & -8 & 2 & -3 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ -8 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{13} и алгебраическое дополнение A_{24} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 6 \\ -5 & -4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & 7 & -11 & 4 \\ 2 & 8 & 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -1 \\ 0 & -7 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 13x_3 = -5 \\ 5x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 22 \\ x_1 - x_2 + 7x_3 = -5 \end{cases}$, $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 13x_3 = 125 \\ 5x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 49 \\ x_1 - x_2 + 7x_3 = 66 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 11x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 5x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 5x_3 - 5x_4 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 2 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -6 & 4 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить

систему уравнений $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 1 \\ 3x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases}$.

Вариант 20

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 0 & 4 & 10 & 1 \\ 4 & 8 & 18 & 7 \\ 10 & 18 & 40 & 17 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{21} и алгебраическое дополнение A_{31} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 = -1 \\ 4x_1 + 11x_3 = 52 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 29 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ -3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & -6 & -3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & -4 & 1 & -4 \\ 3 & 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \\ 6 & 1 \\ -1 & 8 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 7x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 8 \\ 2x_1 + x_2 - 15x_3 = 6 \\ x_1 + 2x_2 - 9x_3 = 2 \end{cases}$, $\begin{cases} 7x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 69 \\ 2x_1 + x_2 - 15x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - 9x_3 = -13 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 1 \\ 4x_1 - x_2 - 5x_3 + 6x_4 = -6 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 4x_3 + 5x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 7x_4 = 0 \\ 5x_1 + x_2 - 10x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить

систему уравнений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_3 = 5 \\ -x_1 + x_2 = -2 \end{cases}$.

Вариант 21

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & 2 \\ 6 & 7 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 10 & 0 \\ 8 & 9 & 3 & 7 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{43} и алгебраическое дополнение A_{32} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 = -6 \\ 4x_1 + 11x_3 = 8 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 16 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

   а) $\begin{pmatrix} 3 & -15 & 1 \\ 12 & -1 & 0 \\ 2 & 7 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 7 & 14 \\ 2 & 8 & -5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -3 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

   $\begin{cases} -x_1 + 3x_2 - 13x_3 = 12 \\ 2x_1 + 7x_2 + x_3 = 1 \\ 4x_1 - 8x_2 - 3x_3 = 7 \end{cases}$, . $\begin{cases} -x_1 + 3x_2 - 13x_3 = 23 \\ 2x_1 + 7x_2 + x_3 = 18 \\ 4x_1 - 8x_2 - 3x_3 = -25 \end{cases}$

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

   $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 - x_3 + 6x_4 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 4x_4 = -2 \\ -2x_1 + 5x_2 - 4x_3 - 12x_4 = -6 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

   $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E$.

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить систему уравнений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$.

Вариант 22

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{43} и алгебраическое дополнение A_{24} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 = 24 \\ 4x_1 + 11x_3 = 39 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 33 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 8 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} -4 & -3 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -4 \\ 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 7x_1 - x_2 = 8 \\ 3x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -40 \\ x_1 + 5x_2 - x_3 = -12 \end{cases}$, $\begin{cases} 7x_1 - x_2 = 56 \\ 3x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -1 \\ x_1 + 5x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 8x_3 - 3x_4 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 5x_4 = 9 \\ -x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = -3 \\ 3x_1 - 2x_2 - 12x_3 - 7x_4 = 11 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 5x_1 + x_2 - 13x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 7x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 13x_3 - 4x_4 = 0 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 + 17x_4 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 23 \\ 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить

систему уравнений $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 23x_3 = -10 \\ 3x_1 + 2x_3 = 1 \\ x_2 + 5x_3 = -3 \end{cases}$.

Вариант 23

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 0 & 1 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -5 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{13} и алгебраическое дополнение A_{23} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12 \\ -4x_1 - x_2 + 3x_3 = -9 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 5 & -7 & 4 \\ 13 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & -5 \\ -1 & 0 & 5 \\ 0 & 7 & 1 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} -4 & 4 & -1 & 8 \\ 3 & 1 & 2 & 15 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \\ 4 & -1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -4 \\ x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 3 \\ 3x_1 + 6x_2 - 7x_3 = -5 \end{cases}$, $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -52 \\ x_1 + 5x_2 - 4x_3 = -55 \\ 3x_1 + 6x_2 - 7x_3 = -92 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 7 \\ 3x_1 - 2x_2 - 8x_3 + x_4 = -7 \\ 5x_1 + x_2 - 9x_3 - 7x_4 = 10 \\ 2x_1 - x_2 - 5x_3 = -3 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - 6x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - 3x_3 + 8x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 5x_3 + 9x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 13x_4 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, и с её помощью

решить систему уравнений $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ 2x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases}$.

Вариант 24

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 3 & 6 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 10 & 0 \\ 6 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 2 & 4 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{33} и алгебраическое дополнение A_{24} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4 \\ -4x_1 - x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 5 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 4 & -5 & 0 \\ 6 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -4 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 3x_1 - 15x_2 + 8x_3 = 34 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 5x_1 - 7x_2 + 3x_3 = 23 \end{cases}$, $\begin{cases} 3x_1 - 15x_2 + 8x_3 = -5 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 5x_1 - 7x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 11x_4 = 7 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 10x_4 = 8 \\ x_1 + x_3 - 3x_4 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - 11x_4 = 10 \end{cases} .$$

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 9x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 - 18x_3 + 9x_4 = 0 \end{cases} .$$

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить

системы уравнений $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 19 \\ 2x_1 + x_3 = -19 \\ -x_1 + 3x_2 = 0 \end{cases}$.

Вариант 25

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} -2 & 4 & -6 & 8 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{12} и алгебраическое дополнение A_{14} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = -9 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = -8 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -10 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 \\ 3 & -1 & 3 \\ 3 & 5 & 11 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \\ -4 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 5x_1 - 8x_2 + x_3 = -8 \\ 6x_1 + 7x_2 = 26 \\ 9x_1 - x_2 - x_3 = 18 \end{cases}$, $\begin{cases} 5x_1 - 8x_2 + x_3 = 21 \\ 6x_1 + 7x_2 = 37 \\ 9x_1 - x_2 - x_3 = 40 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - 5x_4 = 5 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 - 3x_4 = -2 \\ 3x_1 - 2x_2 - 8x_3 + 20x_4 = -45 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 26x_4 = 41 \end{cases}.$$

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 24x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 11x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - 13x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 + 10x_4 = 0 \end{cases}.$$

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить

систему уравнений $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -8 \end{cases}$.

Вариант 26

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 5 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & 10 & 2 \\ 2 & -3 & 7 & 1 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{32} и алгебраическое дополнение A_{23} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 23 \\ -4x_1 - x_2 + 3x_3 = -10 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & -4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \\ -5 & 0 \\ 6 & -6 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 + 7x_3 = 20 \\ -2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -11 \end{cases}$, $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 11 \\ x_1 - x_2 + 7x_3 = 41 \\ -2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -23 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 = -8 \\ x_1 - x_2 - 2x_4 = -2 \\ x_1 + 3x_2 - 20x_3 - 18x_4 = 22 \\ 3x_1 - 7x_2 + 20x_3 + 10x_4 = -30 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 4x_3 - 20x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 - 20x_3 - 4x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 23x_3 + 17x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 17x_3 + 23x_4 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E$.

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить

систему уравнений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 4 \\ x_2 - x_3 = -1 \end{cases}$.

Вариант 27

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & 1 & 3 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{31} и алгебраическое дополнение A_{34} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -4 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & -8 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 6 & 3 & -9 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 11 \\ 0 & 4 \\ 4 & 0 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_2 - 4x_3 = 6 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$, . $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ 2x_2 - 4x_3 = -6 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_4 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 5x_4 = 9 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 11 \\ -5x_1 + 9x_2 + 19x_3 + 33x_4 = 22 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 0 \\ 4x_1 - 2x_3 - x_4 = 0 \\ 12x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 4x_4 = 0 \\ -3x_2 + x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 7 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить

систему уравнений $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 1 \\ 7x_1 + x_2 + 5x_3 = -1 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$.

Вариант 28

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{22} и алгебраическое дополнение A_{43} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -4 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -4 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -3 & -2 \\ 11 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \\ 4 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 9x_1 - 7x_2 + 5x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = 6 \\ 8x_1 - 2x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$, $\begin{cases} 9x_1 - 7x_2 + 5x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = -7 \\ 8x_1 - 2x_2 + x_3 = 14 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - x_4 = 15 \\ x_1 - 3x_2 - 11x_3 + 3x_4 = -1 \\ 2x_1 + x_2 - 8x_3 - x_4 = 26 \\ 3x_1 - 2x_2 - 9x_3 + 2x_4 = 25 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 + x_2 - 5x_3 - 4x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 + 8x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 16x_4 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 - x_3 + 20x_4 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, и с её помощью

решить систему уравнений $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = -1. \\ -x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 5 \end{cases}$

Вариант 29

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 8 & 1 & -3 & 5 \\ 4 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 3 \\ 7 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{34} и алгебраическое дополнение A_{12} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 24 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 7 & -4 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 3 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} -2x_1 + 4x_2 - x_3 = -16 \\ x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 18 \\ 4x_1 + 5x_2 - x_3 = -6 \end{cases}$, $\begin{cases} -2x_1 + 4x_2 - x_3 = -10 \\ x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 15 \\ 4x_1 + 5x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 - 2x_5 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 7x_5 = 11 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 - 9x_4 + 3x_5 = 4 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - 6x_4 - 4x_5 = -2 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 4x_5 = 8 \end{cases}$.

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 0 \\ 5x_1 - 7x_2 - 22x_3 = 0 \\ 9x_1 + 11x_2 - 16x_3 = 0 \end{cases}$.

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить

систему уравнений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 7 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$.

Вариант 30

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 5 \\ -1 & 0 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$.

2. Найти минор M_{34} и алгебраическое дополнение A_{32} из задачи 1.

3. По формулам Крамера решить систему уравнений : $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \end{cases}$.

4. Найти произведение матриц :

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 5 & 0 \\ 5 & -4 & 1 \\ -1 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 8 & 4 & -3 & 6 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 2 & -5 \\ 3 & 6 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$

5. Методом Гаусса решить две системы уравнений с одной и той же матрицей :

$\begin{cases} 4x_1 + 7x_2 - 15x_3 = 26 \\ -x_1 + 13x_2 - 11x_3 = 23 \\ 27x_1 + 7x_2 - 41x_3 = 75 \end{cases}$, $\begin{cases} 4x_1 + 7x_2 - 15x_3 = -7 \\ -x_1 + 13x_2 - 11x_3 = -13 \\ 27x_1 + 7x_2 - 41x_3 = 13 \end{cases}$.

6. Методом Гаусса решить систему и представить её решение в базисной форме :

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 5x_3 + x_4 + 10x_5 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 - x_5 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 8x_4 + 7x_5 = 8 \\ x_1 - 2x_2 - 2x_4 + 7x_5 = 4 \\ 5x_1 + x_3 - 10x_4 + 2x_5 = 9 \end{cases}.$$

7. Методом Гаусса решить однородную систему и представить её решение в базисной форме :

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 0 \\ 6x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0 \\ 10x_1 + 9x_2 - 8x_3 = 0 \end{cases}.$$

8. С помощью союзной матрицы найти обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$.

Проверить, что $A^{-1}A = A\,A^{-1} = E.$

9. Методом Гаусса найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, и с её помощью решить

системy уравнений $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$.

Вариант № 1

1) Вычислить производную функции $y = \sin(3x-1)$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:
   а) $y = x^{\arcsin 0,5} \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$;
   б) $y = \dfrac{2^{\operatorname{tg} 3x}}{\operatorname{arctg} \dfrac{1}{\sqrt{2x}}}$;
   в) $x^2 \sin y - y^3 \cos\sqrt{x-1} = 0$;
   г) $\begin{cases} x = e^t \dfrac{1}{t^2} \\ y = \operatorname{arctg}\sqrt{t} \end{cases}$.
3) Написать уравнение касательной к кривой $x^3 + 3xy + y^3 - 5 = 0$ в точке $M(1;1)$.
4) Показать, что функция $S = \dfrac{1}{t \ln ct}$ удовлетворяет уравнению $t\dfrac{ds}{dt} + S = -tS^2$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(1+x)}{\cos 3x - e^x}$.

Вариант № 2

1) Вычислить производную функции $y = 2^{x-3}$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

   а) $y = (\arcsin \frac{1}{x})\operatorname{tg}^2(2x-1)$;

   б) $y = \dfrac{\ln \dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}}{\sqrt[3]{7x+1}}$;

   в) $x \cdot \operatorname{arctg}(y) - \arcsin(xy) = 0$;

   г) $\begin{cases} x = t^3 \sin t \\ y = \dfrac{\cos t}{\sqrt{t}} \end{cases}$.
3) Написать уравнение касательной к кривой $x^2 - 4x + y^2 - 5 = 0$ в точке $M(2;3)$.
4) Показать, что функция $x = \dfrac{t - e^{-t^2}}{2t^2}$ удовлетворяет уравнению $t\dfrac{dx}{dt} + 2x = e^{-t^2} + \dfrac{1}{2t}$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{2x - x^4} - \sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt[4]{x^3}}$.

Вариант № 3

1) Вычислить производную функции $y=\sqrt{2x+7}$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

   а) $y=\dfrac{\ln\dfrac{1}{\sqrt{3x}}}{\sin(x^3 2^x)}$;

   б) $y=\operatorname{arctg}\sqrt{2x-1}\cdot\cos^2\dfrac{1}{x}$;

   в) $x\cdot\operatorname{tg}y-y^3\cdot\operatorname{ctg}x=0$;

   г) $\begin{cases} x=e^{-t}\sin t \\ y=e^{t}\cos t \end{cases}$.
3) Написать уравнение нормали к кривой $y=x^3-3\sin\sqrt{x}+1$ в точке с абсциссой, равной 1.
4) Показать, что функция $y=x+\sin 2x$ удовлетворяет уравнению

   $y''+4y=4x$.

5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{tg\dfrac{\pi x}{2}}{\ln(1-x)}$.

Вариант № 4

1) Вычислить производную функции $y = \cos\frac{1}{x}$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:
   а) $y = \mathrm{ctg}^2\frac{1}{x}\cdot\cos\sqrt{3x}$;
   б) $y = \dfrac{\ln\sqrt{2x+1}}{\mathrm{arctg}\frac{1}{x^3}}$;
   в) $3\sin\dfrac{x}{y} + 5\ln(xy) = 0$;
   г) $\begin{cases} x = \ln\dfrac{1}{t^2} \\ y = e^{-t}t^3 \end{cases}$.
3) Написать уравнение нормали к кривой $x^3 + y^3 + 3xy - 3 = 0$ в точке $M(1;1)$.
4) Показать, что функция $y = e^x + 2e^{2x}$ удовлетворяет уравнению $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0$
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^2} - \mathrm{ctg}x\right)$.

Вариант № 5

1) Вычислить производную функции $y=\sqrt[3]{x-1}$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y=\sin^3\dfrac{1}{2x-1}\cdot\operatorname{arctg}2x$;

б) $y=\dfrac{3^{x+3}e^x}{\arcsin\sqrt{2x-1}}$;

в) $\operatorname{arctg}\dfrac{x}{y}+y\cdot\ln x=0$;

г) $\begin{cases} x=t^3+t\ln\dfrac{1}{t} \\ y=t^5\cdot\cos\dfrac{1}{t} \end{cases}$.

3) Написать уравнение касательной к кривой $y=1-e^{\frac{x^2}{2}}$ в точке пересечения её с осью $0Y$.
4) Показать, что функция $y=x^3$ удовлетворяет уравнению $y^{(5)}+y^{(4)}+y'''+y''+y'+y=x^3+3x^2+6x+6.$
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[3]{x}\cdot\ln^2 x$.

Вариант № 6

1) Вычислить производную функции $y = \ln(\cos x)$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y = \sqrt{\cos 3x} \ln \dfrac{1}{3x+1}$;

б) $y = \dfrac{\arcsin e^x}{\sqrt[3]{\operatorname{tg}(x+1)}}$;

в) $\operatorname{ctg}^3 \dfrac{x}{y} - x \cdot \operatorname{arctg} y = 0$;

г) $\begin{cases} x = t^2 e^{-t} \\ y = \dfrac{\ln t}{\sqrt{t}} \end{cases}$.

3) Написать уравнение нормали к кривой $y = (x-2)^2$ в точке пересечения её с осью $0Y$.
4) Показать, что функция $y = \dfrac{x^2 + 2x + 2}{2}$ удовлетворяет уравнению $1 + y'^2 = 2yy''$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x \to 4} \left(2 - \dfrac{x}{4} \right)^{\operatorname{tg}\frac{\pi x}{8}}$.

Вариант № 7

1) Вычислить производную функции $y=\frac{1}{3x-1}$, используя определение.

2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y=e^{\sqrt{x^2-1}}\cdot\arccos\frac{1}{5x+1}$;

б) $y=\frac{\ln(\operatorname{arctg}\sqrt{x})}{2^{x^2-1}}$;

в) $\sin xy+\operatorname{tg}\frac{x}{y}=0$;

г) $\begin{cases} x=\sin at\cdot\cos\frac{b}{t} \\ y=t^2-a^2b^2 \end{cases}$.

3) Написать уравнение нормали к кривой $x^3-2x^2y+y^3-1=0$ в точке пересечения её с осью $0X$.

4) Показать, что функция $y=\frac{1}{2}x^2e^x$ удовлетворяет уравнению $y''-2y'+y=e^x$.

5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}(\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$.

Вариант № 8

1) Вычислить производную функции $y=\operatorname{tg}5x$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

   а) $y=\dfrac{\ln(x+\sqrt[3]{x^2+1})}{\operatorname{arctg}\dfrac{1}{2x}}$;

   б) $y=\sqrt[5]{3x-1}\cdot\cos^3 2^x$;

   в) $\ln\dfrac{x}{y}-e^y\cdot\sin x=0$;

   г) $\begin{cases} x=\operatorname{arctg}\dfrac{1}{t} \\ y=\ln(\sin\sqrt{2t}) \end{cases}$.

3) Написать уравнение касательной к кривой $y=xe^{x^2}$ в точке $\mathrm{M}(0;0)$.
4) Показать, что функция $y=C_1e^x+C_2e^{-2x}$ для любых C_1 и C_2 удовлетворяет уравнению $y''+3y'+2y=0$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{2}{1-x^2}-\dfrac{5}{1-x^5}\right)$.

Вариант № 9

1) Вычислить производную функции $y = 3^{x^2-1}$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:
   а) $y = x^{\operatorname{arctg} 3} \cdot \sin\sqrt[3]{x}$;

   б) $y = \dfrac{e^{x^2-1}}{\ln(\frac{x}{2}+1)}$;

   в) $y \cdot \arcsin 2x + x \cdot \cos\dfrac{x}{y} = 0$;

   г) $\begin{cases} x = 2^{t^2-1} \\ y = t^3 + t \cdot \sin at \end{cases}$.
3) Написать уравнение нормали к кривой $y = \dfrac{e^x}{x^2-1}$ в точке пересечения её с осью $0Y$.
4) Показать, что функция $y = e^{2x}\sin 5x$ удовлетворяет уравнению $y'' - 4y' + 29y = 0$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$.

Вариант № 10

1) Вычислить производную функции $y = \sqrt[7]{5x-1}$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y = \mathrm{ctg}^5(2x+3) \cdot \sin \dfrac{1}{2x-1}$;

б) $y = \dfrac{\arcsin e^{3x}}{\ln \dfrac{1}{x-1}}$;

в) $y \cdot \mathrm{arctg} x - y^3 \cdot \sqrt[5]{x} = 0$;

г) $\begin{cases} x = e^{t^2} 3t \\ y = \ln \dfrac{3}{t} \end{cases}$.

3) Написать уравнение нормали к кривой $x^3 y^3 - \dfrac{2}{xy} + 1 = 0$ в точке $M(1;1)$.
4) Показать, что функция $y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x} + e^x$ удовлетворяет уравнению $y'' - 4y' + 4y = e^x$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{(x-2)\ln(x^2-3)}{x^2+3x-10}$.

Вариант № 11

1) Вычислить производную функции $y = \cos\sqrt{x}$, используя определение.

2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y = \operatorname{arctg}\sqrt[5]{2x} \cdot \ln(x + \sqrt{1 - x^3})$;

б) $y = \dfrac{\sin\dfrac{1}{2\sqrt{x}}}{2^{\arcsin 5x}}$;

в) $x \cdot \operatorname{tg}\dfrac{y}{x} + \operatorname{ctg}(xy) = 0$;

г) $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t + \ln t \\ y = \arccos\dfrac{1}{t} \cdot ctg\, t^3 \end{cases}$.

3) Написать уравнение нормали к кривой $4x - 2xy + 3y^2 - 4 = 0$ в точке пересечения её с осью $0X$.

4) Показать, что функция $y = A\cos ax + B\sin ax$ удовлетворяет уравнению $y'' + a^2 y = 0$.

5) Вычислить предел $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{tg} 2x - \ln(1 + 2x)}{x^2}$.

Вариант № 12

1) Вычислить производную функции $y=\ln(2x-1)$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

   а) $y=\sin^3(2^{x-1})\cdot\ln(x+\sqrt{x^2-1})$;

   б) $y=\dfrac{\sqrt{\operatorname{ctg}^3\dfrac{1}{3x}}}{\arcsin\dfrac{x}{2}}$;

   в) $\operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}-\cos(xy)=0$;

   г) $\begin{cases} x=\operatorname{ctg}\dfrac{1}{t}\cdot tg2t \\ y=(t-1)\ln\sqrt{t} \end{cases}$.
3) Написать уравнение касательной к кривой $3x^3-2x^2y-6xy+y^3+4=0$ в точке $M(1;1)$.
4) Показать, что функция $y=Ae^{ax}+Be^{-ax}$ удовлетворяет уравнению $y''-a^2y=0$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\sin 2x)^{\cos x}$.

Вариант № 13

1) Вычислить производную функции $y=\frac{1}{(x-1)^2}$, используя определение.

2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y=\ln^3(\sin 3x)\cdot \operatorname{tg}^2\frac{1}{2x}$;

б) $y=\frac{\arcsin\sqrt{7x-1}}{3^{\frac{1}{x}}}$;

в) $\cos(x-y)+\sin\frac{x}{y}=0$;

г) $\begin{cases} x=t^3e^t \\ y=t^2e^{-t} \end{cases}$.

3) Написать уравнение нормали к кривой $x\sin y-y\cos x+1=0$ в точке пересечения её с осью $0Y$.

4) Показать, что функция $y=(A\cos 3x+B\sin 3x)e^{-x}$ удовлетворяет уравнению $y''+2y'+10y=0$.

5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\arcsin(x-2)}{\sqrt{x^2-3x+2}}$.

Вариант № 14

1) Вычислить производную функции $y=\sqrt[5]{4x+3}$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:
   а) $y=\sqrt[7]{3x+7}\cdot 4^{x^3+5}$;
   б) $y=\dfrac{\ln^2(\arcsin\sqrt{x})}{\operatorname{tg}\dfrac{1}{2x-1}}$;
   в) $\operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}-y\cdot\sin x=0$;
   г) $\begin{cases} x=t^3\cos\dfrac{1}{t} \\ y=t\sin t \end{cases}$.
3) Написать уравнение нормали к кривой $x^4-3x^3y+5x^2y^2-6xy^3-16=0$ в точке её пересечения с осью $0X$.
4) Показать, что функция $y=Ae^x+Be^{-x}-\dfrac{1}{x}$ удовлетворяет уравнению $y''-y=\dfrac{x^2-2}{x^3}$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{e^x-1}\right)$.

Вариант № 15

1) Вычислить производную функции $y = \mathrm{ctg}3x$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y = x^{\arcsin 1} \cdot \ln^5(\mathrm{arctg}\frac{1}{\sqrt{x}})$;

б) $y = \dfrac{2^{\ln(x-1)}}{\sqrt[7]{(3x-1)^3}}$;

в) $xy^2 - \dfrac{y}{x} + \sqrt{xy} = 0$;

г) $\begin{cases} x = \dfrac{1}{t^3} + \dfrac{1}{t} \\ y = \dfrac{1}{t^2 - 1}. \end{cases}$

3) Какой угол с осью абсцисс образует касательная к кривой $y = \dfrac{2}{3}x^5 - \dfrac{1}{9}x^3$, проведенная в точке с абсциссой $x = 1$?
4) Показать, что функция $y = e^{10 \cdot \arcsin x}$ удовлетворяет уравнению $(1 - x^2)y'' - xy' - 100y = 0$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x \to \infty} (\pi - 2\mathrm{arctg}x)\ln x$.

Вариант № 16

1) Вычислить производную функции $y=\frac{1}{(x-4)^4}$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y=\sqrt{\ln(x^2+3)}\cdot 5^{(\frac{1}{x}-1)}$;

б) $y=\frac{\operatorname{ctg}^2\frac{3}{2x-1}}{\arcsin\sqrt{x}}$;

в) $y\cdot\ln x+x\cdot\cos(xy)-5=0$;

г) $\begin{cases} x=at^3-3\sin at \\ y=bt^2+\operatorname{tg}bt \end{cases}$

3) Написать уравнение нормали к кривой $x^2-3xy+y^2+4=0$ в точке пересечения её с прямой $y=x$.
4) Показать, что функция $y=\cos(3\arcsin x)$ удовлетворяет уравнению $(1-x^2)y''-xy'+9y=0$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\pi-2x)^{\cos x}$.

Вариант № 17

1) Вычислить производную функции $y = \sin\sqrt{2x-1}$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:
   а) $y = \sqrt[3]{\arcsin 5x} \cdot 3^{\mathrm{arctg}\, x}$;

   б) $y = \dfrac{\sin 1 \cos\frac{1}{x}}{\ln^2(x^2-1)}$;

   в) $y \cdot \ln\dfrac{1}{x} + x \cdot \mathrm{ctg}^2 y - 1 = 0$;

   г) $\begin{cases} x = 3t^3 \ln t \\ y = 5t^5 - \sin 3t \end{cases}$.
3) Написать уравнение касательной к кривой $x^3 - 3x^2 y - y^3 - 5 = 0$ в точке пересечения её с прямой $y = -x$.
4) Показать, что функция $y = \sin(2\arcsin x)$ удовлетворяет уравнению $(1-x^2)y'' - xy' + 4y = 0$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\cos 3x)}{\ln\cos x}$.

Вариант № 18

1) Вычислить производную функции $y=\sqrt[3]{2x-1}$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y=\sqrt[5]{\operatorname{tg}^2\frac{1}{x}}\cdot\ln(3x-\sqrt{x^2-1})$;

б) $y=\frac{3^{\operatorname{arctg}2x}}{\sqrt{\arcsin 3x}}$;

в) $x\cdot\operatorname{arctg}\frac{1}{y}-\ln(xy)-5=0$;

г) $\begin{cases} x=t^3\sin 3t \\ y=t^2\cos t \end{cases}$.

3) Написать уравнение нормали к кривой $x\ln y-y\sin x+\cos y-\frac{\sqrt{2}}{2}=0$ в точке $M(0;\frac{\pi}{4})$.
4) Показать, что функция $y=C_1e^{-x}+C_2e^{-2x}$, где C_1, C_2 - произвольные постоянные, удовлетворяет уравнению $y''+3y'+2y=0$
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}(\cos 2x)^{\frac{1}{\sin^2 3x}}$.

Вариант № 19

1) Вычислить производную функции $y=\ln(2x-1)$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y=\sin^5\sqrt{x^2+2}\cdot\cos(\ln x)$;

б) $y=\dfrac{\sqrt[3]{\arcsin 3x}}{e^{\operatorname{arctg} x}}$;

в) $xe^y-y\ln x+\dfrac{y}{x}-5=0$;

г) $\begin{cases} x=\arcsin t \\ y=t^3\operatorname{arctg}\dfrac{1}{t} \end{cases}$.

3) Найти угол между кривыми $y=\sqrt{2}\sin x$, $y=\sqrt{2}\cos x$.
4) Показать, что функция $y=e^{-x}\cos x$ удовлетворяет уравнению $y^{(4)}+4y=0$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{2}{\pi}\arccos x\right)^{\frac{1}{x}}$.

Вариант № 20

1) Вычислить производную функции $y=\sqrt[6]{3x+2}$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y=\mathrm{tg}^3\sqrt{x^2-1}\cdot\cos^2\dfrac{1}{x}$;

б) $y=\dfrac{\sqrt[3]{\ln(2x-1)}}{\mathrm{arctg}\,\dfrac{1}{\sqrt{x}}}$;

в) $x\cdot\arcsin y-y\cdot\arccos x+xy-1=0$;

г) $\begin{cases}x=e^{-t}\ln t\\ y=t^2\sin 3t\end{cases}$.

3) Написать уравнение касательной к кривой $ye^x-xy+x\ln y-1=0$ в точке $M(0;1)$.
4) Показать, что функция $y=\arcsin x$ удовлетворяет уравнению $(1-x^2)y''=xy'$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln \mathrm{tg}(ax)}{\ln \mathrm{tg}(bx)}$.

Вариант № 21

1) Вычислить производную функции $y = \dfrac{1}{(x-4)^3}$, используя определение.

2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y = \sqrt[3]{\arcsin\sqrt{x}} \cdot \mathrm{ctg}^3 \dfrac{1}{2x-1}$;

б) $y = \dfrac{\ln^2 \sqrt{\sin 3x}}{5^{\mathrm{arctg} 2x}}$;

в) $x \cdot e^y - y \cdot \ln(xy) - 3 = 0$;

г) $\begin{cases} x = t \arcsin t \\ y = \dfrac{1}{t} \arccos t \end{cases}$.

3) Написать уравнение нормали к кривой $x^2 y^2 - x^3 - y^3 + 3xy - 8 = 0$ в точке пересечения её с осью $0X$.

4) Показать, что функция $y = y(x)$, заданная параметрически: $\begin{cases} x = \sin t \\ y = Ae^{\sqrt{2t}} + Be^{-\sqrt{2t}}, \ -\dfrac{\pi}{2} < t < \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$; A и B – произвольные постоянные, удовлетворяет уравнению $(1-x^2)y'' - xy' - 2y = 0$.

5) Вычислить предел $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} \dfrac{\dfrac{1}{\cos^2 x} - 2\mathrm{tg} x}{1 + \cos 4x}$.

Вариант № 22

1) Вычислить производную функции $y = (2x+1)^4$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:
   а) $y = \sqrt{4x+1} \cdot \operatorname{arctg}\sqrt{4x-1}$;
   б) $y = \dfrac{\arcsin \dfrac{x-1}{x}}{\cos \ln 3x}$;
   в) $\sin(xy) + \cos\dfrac{y}{x} = 0$;
   г) $\begin{cases} x = a(\cos t + t\sin t) \\ y = a(\sin t - t\cos t) \end{cases}$.
3) Написать уравнение касательной к кривой $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 3 = 0$ в точке пересечения её с осью $0X$.
4) Показать, что функция $y = \sin(5\arccos x)$ удовлетворяет уравнению $(1-x^2)y'' - xy' + 25y = 0$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x \to 0} (e^x + x^2)^{\frac{1}{x}}$.

Вариант № 23

1) Вычислить производную функции $y=\sin\frac{1}{x}$, используя определение.

2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y=\operatorname{arctg}^5\frac{1}{\sqrt{3x-1}}\cdot 4^{x^2-1}$;

б) $y=\dfrac{\cos 3\cdot\arcsin(x-1)}{\sqrt[3]{\ln^2\frac{1}{2x}}}$;

в) $x\cdot\arcsin y-\ln\frac{y}{x}-5xy=0$;

г) $\begin{cases} x=2t^3\operatorname{tg}t \\ y=\dfrac{t}{ctg2t} \end{cases}$.

3) На кривой $y^2=2x^3$ найти точку M, в которой касательная перпендикулярна к прямой $4x-3y+2=0$.

4) Показать, что функция $y=\cos(e^x)+\sin(e^x)$ удовлетворяет уравнению $y''-y'+ye^{2x}=0$.

5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln x}{1+2\ln\sin x}$.

Вариант № 24

1) Вычислить производную функции $y = e^{\sqrt{x}}$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

   а) $y = \sqrt[4]{\cos^3 2x} \cdot \ln^2(x^2 - \sqrt{x+1})$;

   б) $y = \dfrac{e^{\arcsin\sqrt{x}}}{\operatorname{arctg}^3 \dfrac{1}{2x}}$;

   в) $y \cdot e^{-x} - x \cdot \operatorname{arctg} y - 2^x \cdot y + 5 = 0$;

   г) $\begin{cases} x = t\sin^3 2t \\ y = t^2 \cos t \end{cases}$.
3) Написать уравнение касательной к гиперболе $xy = 4$ в точках $x_1 = 1$, $x_2 = -4$ и найти угол между ними.
4) Показать, что функция $y = \sqrt{2x - x^2}$ удовлетворяет уравнению $y^3 y'' + 1 = 0$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2 - (e^x + e^{-x})\cos x}{x^4}$.

Вариант № 25

1) Вычислить производную функции $y=\sqrt{1+x^2}$, используя определение.

2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y=\frac{x^4}{4}\left((\ln x)^2-\frac{1}{2}\ln x+\frac{1}{8}\right)$;

б) $y=\frac{\cos\sqrt{x}}{1-\sin 2x}$;

в) $x\cdot e^{-y}+y\cdot e^{x}-2=0$;

г) $\begin{cases} x=\dfrac{1}{t\cdot\ln 3t} \\ y=t^3\cdot\operatorname{tg}\dfrac{1}{t} \end{cases}$.

3) Написать уравнение нормали к кривой $x^2y=a^2(a-y)$ параллельной прямой $y=2x$.

4) Показать, что функция $y=y(x)$, заданная параметрически: $\begin{cases} x=e^t\cos t \\ y=e^t\sin t,\ -\dfrac{\pi}{4}<t<\dfrac{\pi}{4} \end{cases}$, удовлетворяет уравнению $(x-y)^2y''=2(xy'-y)$.

5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\arcsin x\cdot\operatorname{ctg}x$.

Вариант № 26

1) Вычислить производную функции $y=\ln(\sin x)$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

   а) $y=\sqrt{x}\cdot \mathrm{tg}3x$;

   б) $y=\dfrac{\sqrt[3]{(4+3x)^2}\cdot \arcsin 1}{\mathrm{arctg}^5 \dfrac{1}{x}}$;

   в) $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$;

   г) $\begin{cases} x=t\ln t \\ y=te^{-\frac{a}{t}} \end{cases}$.

3) Написать уравнение касательной к окружности $x^2+y^2+4x-4y+3=0$ в точке пересечения её с осью $0X$.
4) Показать, что функция $y=y(x)$, заданная неявно в виде $y=A\ln y+x+B$; A и B – произвольные постоянные, удовлетворяет уравнению $yy''=(y')^2-(y')^3$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^n e^{-x})$.

Вариант № 27

1) Вычислить производную функции $y=\dfrac{1}{(x-1)^3}$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:
   а) $y=\dfrac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt[3]{\sin^2 3x}}$;
   б) $y=\ln^2(x+\sqrt{x^2-1})\cdot\arcsin\dfrac{1}{\sqrt{2x-1}}$;
   в) $e^x\cdot\sin y-e^{-y}\cdot\cos x=0$;
   г) $\begin{cases} x=t^2 \\ y=\dfrac{t^3}{3}-t \end{cases}$.
3) Написать уравнение касательной к астроиде $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$ в точках пересечения её с прямой $y=x$.
4) Показать, что функция $y=y(x)$, заданная неявно в виде $(A+Bx)e^{y/x}=x$; A и B – произвольные постоянные, удовлетворяет уравнению $x^3y''=(xy'-y)^2$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x^2+e^x)}{\ln(x^4-e^{2x})}$.

Вариант № 28

1) Вычислить производную функции $y=\sqrt[7]{4x+1}$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y=3^{\operatorname{arctg}5x}\ln(\cos 2x+\sqrt[7]{\arcsin x})$;

б) $y=\dfrac{\operatorname{tg}\left(\dfrac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)}{\arcsin^4(x^2+3x)}$;

в) $\ln^5(\operatorname{tg}y)-e^{x^4}\cdot\operatorname{arctg}y=0$;

г) $\begin{cases} x=\sin^3 at \\ y=t\cos^3 at \end{cases}$.

3) Написать уравнение касательной, проходящей через фокус параболы $y^2=4x$, к кривой $x^3+3x^2y+xy^2-7=0$.
4) Показать, что функция $y=e^{-x}(3\cos x-2\sin x)$ удовлетворяет уравнению $y''+2y'+2y=0$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\cos 5x)}{e^{-2x}-e^{2x}}$.

Вариант № 29

1) Вычислить производную функции $y=\sqrt[3]{\cos x}$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:
   а) $y=\frac{a}{x}\cdot \operatorname{arctg}\frac{x}{a}$;
   б) $y=\dfrac{\arcsin\frac{1}{2x+5}}{x+\ln(x-1)}$;
   в) $x^3+y^3-3axy=0$;
   г) $\begin{cases} x=2\cos t \\ y=\sin t \end{cases}$.
3) Найти точки пересечения нормали гиперболы $x^2-y^2=9$, проведённой из точки $M(5;4)$, с асимптотами.
4) Показать, что функция $y=\cos(10\arccos x)$, удовлетворяет уравнению $(1-x^2)y''-xy'+100y=0$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}(\operatorname{ctg}x-\frac{1}{x})$.

Вариант № 30

1) Вычислить производную функции $y = \cos(\ln x)$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:
   а) $y = (a - bx^2)^3 \cdot 3^{\arcsin 5x}$;
   б) $y = \dfrac{e^{-\sqrt{x^2-1}}}{\operatorname{arctg}^2 \dfrac{1}{2x+1}}$;
   в) $e^x \cdot y - x \cdot \ln y + \dfrac{x}{y} = 0$;
   г) $\begin{cases} x = e^{2t} \\ y = e^{3t} \end{cases}$.
3) Доказать, что уравнение касательной к эллипсу $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ в точке $M(x_0; y_0)$ имеет вид $xx_0 / a^2 + yy_0 / b^2 = 1$.
4) Показать, что функция $y = e^{10\arcsin x}$, удовлетворяет уравнению $(1 - x^2)y'' - xy' - 100y = 0$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x \to 0} (1 + \sin^2 x)^{\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x}}$.

Вариант № 31

1) Вычислить производную функции $y = 7^{\sqrt{x+2}}$, используя определение.

2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y = \operatorname{tg}^5\left(\dfrac{3}{x}\right) \cdot \ln(\cos\sqrt{x})$;

б) $y = \dfrac{e^{-2\sin^2 5x}}{\arccos\dfrac{\sqrt{2}}{x^2+4x}}$;

в) $y^3 \cdot \ln x - x \cdot \operatorname{ctg}\dfrac{x}{y} + 2x = 0$;

г) $\begin{cases} x = \dfrac{\operatorname{tg} t}{\sqrt{t}} \\ y = \sqrt{\dfrac{2t-3}{t^3}} \end{cases}$.

3) Написать уравнение касательной к кривой $x^4 - 4xy + 2y^4 + 4 = 0$ в точке $M(1;2)$.

4) Показать, что функция $y = e^{2x}(7\cos 2x - 4\sin 2x)$ удовлетворяет уравнению $y'' - 4y' + 8y = 0$.

5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+4x^2)}{\cos 2x - e^{-x^2}}$.

Вариант № 32

1) Вычислить производную функции $y=\sin(x^2+2x)$, используя определение.

2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y=\sqrt[7]{\arcsin\sqrt{x}}\cdot 3^{\operatorname{arctg}\frac{2}{\sqrt{x}}}$;

б) $y=\dfrac{\operatorname{tg}5+\sqrt[3]{\operatorname{ctg}^2 7x}}{\cos^3\frac{2}{x}}$;

в) $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$;

г) $\begin{cases} x=t\arccos\sqrt{t} \\ y=\sqrt{t}\arcsin t \end{cases}$.

3) Написать уравнение нормали к окружности $x^2+y^2+4x-4y+3=0$ в точке пересечения её с осью $0X$.

4) Показать, что функция $y=y(x)$, заданная неявно в виде $\ln(y+5)+Ax+B=0$; A и B – произвольные постоянные, удовлетворяет уравнению $y''=\dfrac{(y')^2}{y+5}$.

5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{4}{x^2}}$.

Вариант № 33

1) Вычислить производную функции $y = \cos(2-6x)$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y = 5^{\cos^3 x} \cdot \sqrt[3]{\operatorname{tg} 9x}$;

б) $y = \dfrac{\ln^3(\sin 6x)}{\arccos\sqrt{x}}$;

в) $\operatorname{arcctg}(xy) - \dfrac{y^2}{\sqrt{x}} + 3y = 0$;

г) $\begin{cases} x = \sin^2(2t-1) \\ y = \sin(2t-1)^2 \end{cases}$.

3) Написать уравнение касательной к кривой $x^4 - 3x^3y + 5x^2y^2 - 6xy^3 - 16 = 0$ в точке её пересечения с осью $0X$.
4) Показать, что функция $y = y(x)$, заданная неявно в виде $y + \ln y = Ax + B$; A и B – произвольные постоянные, удовлетворяет уравнению $y(y+1)y'' = (y')^2$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 1}\left(\sin\dfrac{\pi x}{2}\right)^{\frac{3}{\cos^2\frac{\pi x}{2}}}$.

Вариант № 34

1) Вычислить производную функции $y = 9^{5-x^2}$, используя определение.

2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y = \arccos\frac{1}{2} \cdot \cos^5(3x-8)$;

б) $y = \dfrac{7^{\operatorname{arctg}(\ln x)}}{\arcsin^4 \dfrac{1}{x^3}}$;

в) $\operatorname{arctg}(xy) + x \cdot \operatorname{arcctg} y + \sqrt{\dfrac{y}{x}} = 0$;

г) $\begin{cases} x = t\sin^2 3t \\ y = \dfrac{\cos^2 3t}{t} \end{cases}$.

3) Написать уравнение касательной к кривой $x^2 + 8x + y^2 - 6y = 0$ в точке $M(0;6)$.

4) Показать, что функция $y = \dfrac{x^2}{4} - \dfrac{\cos 2x}{8} + 3x + 1$ удовлетворяет уравнению $y''' + 2y''\operatorname{tg} x = 0$.

5) Вычислить предел $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(\cos 2x)}{\sin^2 3x}$.

Вариант № 35

1) Вычислить производную функции $y=\sqrt{\cos x}$, используя определение.
2) Вычислить производную по правилам дифференцирования:

а) $y=\operatorname{arctg}\dfrac{2}{\sqrt{x-1}}\cdot\cos^4(3x-2)$;

б) $y=\dfrac{\sqrt[7]{\ln(\sin 8x)}}{5^{\arccos 2x^3}}$;

в) $\dfrac{xy}{x-y^3}+\sqrt{\dfrac{y}{x}}=0$;

г) $\begin{cases} x=\sqrt[3]{\dfrac{\sin t}{4t^2}} \\ y=e^{-2t}\cdot\sin t \end{cases}$.

3) Написать уравнение касательной к кривой $x^3+xy^3+2xy^2+5x=0$ в точке $M(1;1)$.
4) Показать, что функция $y=5e^{-\frac{x}{2}}+4xe^{-\frac{x}{2}}$ удовлетворяет уравнению $4y''+4y'+y=0$.
5) Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\sin x}{x\cdot\cos 2x-\sin 2x}$.

ВАРИАНТ 1

1. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции

$z = \frac{x^2 + \sqrt{y}}{y^2 + y} + e^{\frac{y}{x}}$.

2. Найти полный дифференциал функции $z = \ln\left(\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{y} - 1\right)$

при $x = 1, \quad y = 1, \quad \Delta x = 0{,}01, \quad \Delta y = -0{,}02$.

3. Найти производную $\frac{du}{dt}$, если

$u = \ln^2 \sin \frac{x}{\sqrt{y}}, \quad где \quad x = 3t^2 e^{-t}, \quad y = \sqrt{t^2 + 1}$.

4. Найти частные производные z'_u , z'_v , если

$z = \sqrt{\frac{x + y}{x}}, \quad где \quad x = a^{tg\left(\sqrt{u} - \sqrt{v}\right)}, \quad y = \ln \frac{u}{v}$.

5. Функция $z(x; y)$ задана уравнением

$e^z + arctg\left(y + 2x\right) + \sin\left(x^2 + 3y^2\right) = 0$. Найти z'_x , z'_y .

6. Найти частные производные $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если

$z = \ln\left(x^2 + y^2\right)$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 - y^2$ в замкнутой области, ограниченной линией $x^2 + y^2 = 1$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = x^2 + y^2$ в точке A(1; -2; 5).

9. Найти градиент функции $u = xy + yz + zx$ в точке $M_0(2; 1; 2)$. Найти производную этой функции в точке M_0 в направлении вектора $\overline{M_0 A}$, где A(5; 5; 15).

ВАРИАНТ 2

1. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции
$z = \ln^3\left(x + \sqrt{2x^2 + y^2}\right) - ctg\,\frac{x}{y^3}$.
2. Найти полный дифференциал функции $u = \ln\left(x^3 + 2y^3 - z^3\right)$.

3. Найти производную $\frac{dz}{dx}$, если $z = \frac{tg\sqrt{u+v}}{v}$, где $u = e^{\cos x}$, $v = \sin^3 x$.
4. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, если
$z = (\sin u)^{\cos v}$, *где* $u = xy$, $v = \frac{x}{y}$.
5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $xy\sqrt{1+z} + xz\sqrt{1+y} + yz\sqrt{1+x} = 0$
Найти z'_x , z'_y .
6. Найти частные производные $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если
$z = \ln\left(e^x + e^y\right)$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right)^2$.
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = xy - x + 2y$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x = 0$, $y = 0$, $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} = 1.$

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{8} = 0$ в точке A(4; 3; 4).

9. Найти градиент функции $z = x^2y^2 - xy^3 - 3y - 1$ в точке A(2; 1). Найти производную этой функции в точке A в направлении , идущем из этой точки в начало координат.

ВАРИАНТ 3

1. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции

$z = \frac{\sqrt{1+xy} - x^2}{tg\frac{x}{y}}$.

2. Найти полный дифференциал функции $u = x^{yz}$.

3. Найти производную $\frac{dz}{dx}$, если $z = \sin\frac{\sqrt{u}}{v} - \ln\frac{v+u}{v-u}$, где

$u = xtg\left(x^3\right), \quad v = e^{\sqrt{x}}$.

4. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, если

$z = \arcsin\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, \quad где \quad x = e^{\frac{u}{\sqrt{v}}}, \quad y = e^{-\frac{u}{\sqrt{v}}}.$

5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $xz\cos\frac{y}{x} = y\cos\frac{z}{x}$. Найти

$\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частные производные $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если

$z = \sqrt{xy + x^2 + y^2}$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x(x-y)$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x^2 = y+1, \quad y = 3.$
8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$ в точке A(1; 0; 1).
9. Найти градиент функции $z = \ln\frac{y}{x}$ в точке B(1; 1). Найти производную этой функции в точке B в направлении вектора $\overline{BO}$, где O(0; 0; 0) – начало координат.

ВАРИАНТ 4

1. Найти частные производные $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ функции

$z = \ln\left(tg\,\dfrac{x}{y} + \sqrt{1 + \sin^2(x + y)} \right).$

2. Найти полный дифференциал функции $z = \sqrt{\ln(xy)}$ при

$x = 1,\quad y = e,\quad \Delta x = 0{,}01,\quad \Delta y = -0{,}02.$

3. Найти производную $\dfrac{dz}{dt}$, если

$z = u\,arctg(u + v) + e^{\sin t^2}$, *где* $u = t\sqrt{t}$, $v = e^t \cos t.$

4. Найти частные производные $\dfrac{\partial z}{\partial u}$, $\dfrac{\partial z}{\partial v}$, если

$z = \arccos\left(\sqrt{y} - \sqrt{x}\right)$, *где* $x = \sqrt{1 - \dfrac{u}{v}}$, $y = \dfrac{\sqrt[3]{u + v^2}}{u}.$

5. Функция $z(x; y)$ задана уравнением $\dfrac{xy^2}{z} - \sin\dfrac{x + y}{z} = 0.$ Найти $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частную производную $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $z = x\ln\left(e^x + e^y\right).$

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = xy - y^2$ в замкнутой области, ограниченной линиями $y^2 = x + 1,\ x = 3$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $3xyz - z^3 = a^3$ в точке, для которой $x = 0,\ y = a$.

9. Найти градиент функции $z = \sqrt{x^2 - y^2}$ в точке P(5; 3). Найти производную этой функции в точке P в направлении, составляющем с осью OX угол 120° .

ВАРИАНТ 5

1. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = \ln\sin\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x+y}} + ctg\frac{1}{x^2+y^2}$.

2. Найти полный дифференциал функции $z = \frac{xy}{x^2-y^2}$ при $x = 2$, $y = 1$, $\Delta x = 0{,}01$, $\Delta y = 0{,}03$.

3. Найти производную $\frac{du}{dt}$, если $u = \ln(x+yz) + e^{xyzt}$, где $x = 3t^2$, $y = \sqrt{1+t^2}$, $z = \sqrt{t}$.

4. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, если $z = x^2\ln^2(y^2-x^2)$, где $y = \sin u + \sin v$, $x = \sin u - \sin v$.

5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $e^{\frac{z}{x+y}} + e^{-\frac{z}{x+y}} = xyz$. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частную производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x\partial y^2}$, если $z = \sin(xy)$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = xy - (x^2 + x + y^2 + y)$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x = 0$, $y = 0$, $x + y + 3 = 0$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = \frac{x^2}{2} - y^2$ в точке M(2; -1; 1).

9. Найти градиент функции $z = x^3 + y^3 - 3xy$ в точке P(2; 1). Найти производную этой функции в точке P в направлении градиента функции в этой точке.

ВАРИАНТ 6

1. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции
$z = \cos^3\left(xy + \sqrt{\frac{x+y}{x-y}}\right) + e^{-\frac{x}{y}}$.
2. Найти полный дифференциал функции $u = (\sin x)^{y+z}$.

3. Найти производную $\frac{du}{dx}$, если $u = \frac{e^{ax}(y-z)}{a^2}$, где
$y = a\sin x$, $z = \cos\frac{3}{x} - ctg\frac{x}{2}$.
4. Найти частные производные $\frac{\partial u}{\partial r}$, $\frac{\partial u}{\partial \varphi}$, если
$u = \frac{1-e^{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$, *где* $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$.
5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} + z^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$.
Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.
6. Найти частную производную $\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y}$, если $u = \ln\frac{x^2 - y^2}{xy}$.
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции
$z = x^3 - 3xy^2 + 18y$ в замкнутой области, ограниченной линиями
$x = 1,\quad y = 1, x = 2,\quad y = 2$
8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 169$ в точке М(3; 4; 12).

9. Найти градиент функции $z = \ln(e^x + e^y + e^z)$ в точке О(0; 0; 0). Найти производную этой функции в точке О в направлении вектора $\bar{l}\left(\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

ВАРИАНТ 7

1. Найти частные производные $\dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}$, $\dfrac{\partial u}{\partial z}$ функции $u = e^{\left(\frac{x}{z}\right)^2} + e^{x^2+y}\left(1 + tg\dfrac{y}{x}\right)$.

2. Найти полный дифференциал функции $z = \dfrac{x+y}{x-y} + e^{xy}$.

3. Найти производную $\dfrac{dz}{dt}$, если $z = (x^2-1)^y + x\sin t$, где $x = t\sin t$, $y = t\cos t$.

4. Найти частные производные $\dfrac{\partial z}{\partial u}$, $\dfrac{\partial z}{\partial v}$, если $z = \sin^2(ax+by)$, *где* $x = \sin(\ln(au+bv))$, $y = \cos(\ln(au+bv))$.

5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $\sin(xy+z) + \ln\dfrac{x}{y+z} = 0$.

   Найти $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частную производную $\dfrac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2}$, если $u = ye^{xy}$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = e^{2x}(x+y^2+2y)$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x=0,\quad y^2+2y+x=0$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = e^{x+y}$ в точке, соответствующей $x=y=0$.

9. Найти градиент функции $z = x^3 - 2x^2y + xy^2 + 1$ в точке M(1; 2). Найти производную этой функции в точке M в направлении вектора $\bar{l}(3;4)$.

ВАРИАНТ 8

1. Найти частные производные $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ функции

$$z=\frac{\cos\frac{x}{y}}{\sqrt{1+xy+y^2}}+\ln\left(\sqrt{x}+y^2\right).$$

2. Найти полный дифференциал функции $z=arctg\dfrac{x+y}{1-xy}$.

3. Найти производную $\dfrac{dz}{dt}$, если

$$z=\sin^2\frac{\sqrt{y}}{x+y}+x^t\ , \quad где \quad x=\sin\sqrt{1+t}\ , \quad y=\cos\sqrt{1-t}.$$

4. Найти частные производные $\dfrac{\partial w}{\partial u}$, $\dfrac{\partial w}{\partial v}$, если

$$w=\sin\left(e^{xy}+\sqrt{x^2+y^2}\right), \quad где \quad x=u\sqrt{v}\ , \quad y=\frac{1}{u^2-v^2}.$$

5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $arctg(y+2z)+x^{-z}=0$.

Найти $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частные производные $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$, если

$$z=\frac{1}{3}\sqrt{(x^2+y^2)^3}.$$

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=xy(1-x-y)$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x=0,\ y=0,\ x=2,\ y=2,\ xy=1$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}-\dfrac{z^2}{c^2}=1$ в точке $M_0(x_0;\ y_0;\ z_0)$.

9. Найти градиент функции $z=x^2-xy-2y^2$ в точке P(1; 2). Найти производную этой функции в точке P в направлении, составляющем с осью OX угол 60°.

ВАРИАНТ 9

1. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции
$z = \frac{x+y}{\sqrt[3]{x^2+y^2}} + e^{\sin\frac{y}{\sqrt{x}}}$.

2. Найти полный дифференциал функции $z = \sin\left(\frac{2x}{y}\right)$ при $x = 0$, $y = 1$.

3. Найти производную $\frac{dz}{dt}$, если $z = tg\left(\sqrt{t} + 2x^2 - xy\right)$, где $x = \frac{1}{t^2\sqrt{t}}$, $y = e^{\sqrt{t}}$.

4. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, если $z = \frac{\ln\left(\sin\frac{x}{y}\right)}{\ln(\cos xy)}$, где $x = u^2 - v^2$, $y = e^{uv}$.

5. Функция $z(x; y)$ задана уравнением $z^3 + \cos(xyz) + e^{-\frac{x}{y}} = 0$.
Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частную производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $z = x^y$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^3 + y^3 - 3xy$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x = 0$, $y = 0$, $x = 4$, $y = 4$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 + y^2 - xz - yz = 0$ в точке M(0; 2; 2).

9. Найти градиент функции $z = \ln\sqrt{x^2 + y^2}$ в точке P(1; 1). Найти производную этой функции в точке P в направлении биссектрисы второго координатного угла.

ВАРИАНТ 10

1. Найти частные производные $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, $\frac{\partial u}{\partial z}$ функции
   $u = \sqrt{x} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{y} - \sqrt{z}}$.

2. Найти полный дифференциал функции $z = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}$ при
   $x = 2, \quad y = 1, \quad \Delta x = 0{,}01, \quad \Delta y = 0{,}01$..

3. Найти производную $\frac{dz}{dt}$, если $z = \sin^3(3x - \sqrt{t^2 + y^2} + e^{xy})$, где
   $x = \frac{t+1}{t-1}, \quad y = \frac{t}{t-1}$.

4. Найти частные производные $\frac{\partial w}{\partial x}$, $\frac{\partial w}{\partial y}$, если
   $w = \ln\frac{\sin\sqrt{uv}}{1+\sqrt{uv}}, \quad где \quad u = \sin\frac{1}{xy}, \quad v = \cos\frac{1}{xy}$.

5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $e^{xz} = \ln(x^2 + xz + y^2)$.
   Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частные производные $\frac{\partial^2 s}{\partial x \partial t}$, $\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}$, если $s = \ln\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{t}\right)$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции
   $z = x^2 - x + y^2 - 4y + 4$ в замкнутой области, ограниченной линиями
   $x = 0, \quad y = 3, \quad y = x$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 + y^2 = z^2$ в точке A(3; 4; 5) .

9. Найти градиент функции $z = x^2 - 3yz + 5$ в точке M(1; 2;-1). Найти производную этой функции в точке M в направлении , составляющем одинаковые острые углы со всеми координатными осями.

ВАРИАНТ 11

1. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции

$z = arctg\sqrt{\frac{x^2 - \sqrt{y}}{3 + x^2}}$.

2. Найти полный дифференциал функции $z = y \cdot x^y$.

3. Найти производную $\frac{dz}{dt}$, если

$z = \arccos\ln(1 + x^y) - \frac{2}{t}$, *где* $x = \frac{t}{\sqrt{1-t}}$, $y = \frac{\sqrt{1+t}}{t}$.

4. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial s}$, $\frac{\partial z}{\partial t}$, если

$z = \sqrt{\frac{tg(x+y)}{x^2}}$, *где* $x = e^{s+t}$, $y = e^{s-t}$.

5. Функция $z(x; y)$ задана уравнением $x^2 + y^2 + z^2 = xy + xz + yz$

   Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частную производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $z = \frac{x^2 y^2}{x + y}$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - xy + x$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x = -1$, $y = 0$, $x - y = 0$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 z + y^2 z = 4$ в точке M(-2; 0; 1).

9. Найти градиент функции $u = xy + yz + zx$ в точке $M_0(2; 1; 3)$. Найти производную этой функции в точке M_0 в направлении вектора $\overline{M_0N}$, где N(5; 5; 15).

ВАРИАНТ 12

1. Найти частные производные $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, $\frac{\partial u}{\partial z}$ функции $u = \ln\frac{1-\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{1+\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$.
2. Найти полный дифференциал функции $z = arctg\frac{y}{x} + arctg\frac{x}{y}$.
3. Найти производную $\frac{dz}{dy}$, если $z = e^{xy}\ln\frac{x}{y}$, где $x = 3y^2e^{-y}$.
4. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, если $z = \sqrt{\frac{1+x}{1+y}}$, *где* $x = \sin u \cdot \cos v$, $y = \cos u \cdot \sin v.$
5. Функция $z(x; y)$ задана уравнением $e^z - xyz = 0$. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.
6. Найти частные производные $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если $z = e^x \ln y + \sin y \cdot \ln x$.
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - 4y + 4$ в замкнутой области, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 4$.
8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности эллипсоида $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ в точке $M_0(x_0; y_0; z_0)$ на нем.
9. Найти градиент функции $z = x^2 + 4y^2$ в точке M(2; 1). Найти производную этой функции в точке M в направлении вектора $\overline{MP}$, где P(5; 5).

ВАРИАНТ 13

1. Найти частные производные $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, $\frac{\partial u}{\partial z}$ функции $u=(xy)^z$.

2. Найти полный дифференциал функции $z=\ln tg\frac{y}{x}$.

3. Найти производную $\frac{dz}{dt}$, если $z=x^2\ln^2(y^2-xt^2)$, где $x=\cos^2\frac{2}{t^3}$, $y=1-\sin^2\frac{t}{5}$.

4. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, если $z=\ln\left(1+\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}}\right)$, *где* $x=e^{\cos(u+v)}$, $y=e^{\sin(u-v)}$.

5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $z\,tg\frac{x}{y}+\ln^2\sqrt{xz+1}=0$.

   Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частную производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$, если $z=arctg\frac{x+y}{1-xy}$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=x^2+3y^2+2x$ в замкнутой области, ограниченной линиями $y=x,\quad y=-x,\quad x=-\frac{3}{2}$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности эллипсоида $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ в точке $A\left(\frac{a}{\sqrt{3}};\frac{b}{\sqrt{3}};\frac{c}{\sqrt{3}}\right)$.

9. Найти градиент функции $z=\sqrt{x^2-y^2}$ в точке М(5; 3). Найти производную этой функции в точке М в направлении биссектрисы первого координатного угла.

ВАРИАНТ 14

1. Найти частные производные $\dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}$, $\dfrac{\partial u}{\partial z}$ функции $u = (\sin x)^{yz}$.

2. Найти полный дифференциал функции $z = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ при $x = 3,\quad y = 4,\quad \Delta x = 0{,}01,\quad \Delta y = 0{,}01$..

3. Найти производную $\dfrac{dz}{dt}$, если $z = tg(3t + 2x^2 - y)$, где $x = \dfrac{\ln t}{t},\quad y = \sqrt{t}\ln t$.

4. Найти частные производные $\dfrac{\partial z}{\partial u}$, $\dfrac{\partial z}{\partial v}$, если $z = arctg\dfrac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$, *где* $x = \dfrac{u}{v},\quad y = \dfrac{v}{u}.$

5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $z^2\ln x + x^2\ln y + y^2\ln z = 0$.
   Найти $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частные производные $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если $z = \ln\dfrac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$.
   Показать, что $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = 2(x^2 + y^2) + y(x + 5)$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x = 0,\ y = 0,\ x = 1,\ y = -2$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = 1$ в точке A(a; b; c) .

9. Найти градиент функции $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ в точке M(3; 0; 4).
   Найти производную этой функции в точке M в направлении градиента функции в этой точке.

ВАРИАНТ 15

1. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции

$$z = \sqrt{1 - \left(\frac{x+y}{xy}\right)^2} + \arcsin\frac{x+y}{xy}.$$

2. Найти полный дифференциал функции $u = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}$ при

$x = 3, \quad y = 4, \quad z = 5.$

3. Найти производную $\frac{dz}{du}$, если

$z = arctg\sqrt{x^y}, \quad где \quad x = \ln(u + \ln u), \quad y = \ln(u - \ln u).$

4. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial t}$, если

$z = \ln(1 - u^v) - \frac{2}{v}, \quad где \quad u = \frac{t}{\sqrt{1-x}}, \quad v = arctg(xt).$

5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $\sin(xyz) + e^{\frac{z}{xy}} = \cos\frac{xy}{z}.$ Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частные производные $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если

$z = \sqrt{\cos^2 x + \cos^2 y}$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = xy + x - y$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x = 0,\ y = 0,\ x - y = 3$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 + y^2 - (z-5)^2 = 0$ в точке A(4; 3; 0).

9. Найти градиент функции $u = xyz$ в точке M(1; 1; 1). Найти производную этой функции в точке P в направлении, составляющем с осями координат соответственно углы $45^\circ, 60^\circ, 60^\circ$.

ВАРИАНТ 16

1. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции

$$z = \frac{x\cos^2 y - y\sin^2 x}{1+\sin^2 x + \sin^2 y}.$$

2. Найти полный дифференциал функции $u = \left(xy + \frac{x}{y} \right)^z$.

3. Найти производную $\frac{dw}{dt}$, если

$$w = \sqrt{\sin^2 x + \sin^2 y + \sin^2 t}\,, \quad где \;\; x = t\ln t, \quad y = \frac{t}{\ln t}.$$

4. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, если

$$z = \arcsin\sqrt{\frac{u+v}{v}}\,, \quad где \quad u = a^{tg(x-y)}\,, \quad v = \ln\sin\frac{x}{y}.$$

5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $z^2 + r^2 + r(\cos\varphi + \sin\varphi)e^z = 0$.
   Найти $\frac{\partial z}{\partial r}$, $\frac{\partial z}{\partial \varphi}$.

6. Найти частную производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $z = \cos\frac{x}{xy}$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции
   $z = x^2 + 2xy + x + 2(y+1)$ в замкнутой области, ограниченной линиями
   $y = 2, \quad 2y = (x+1)^2$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $(2a^2 - z^2)x^2 - a^2y^2 = 0$ в точке A(a; a; a).

9. Найти градиент функции $z = \frac{4}{x^2+y^2}$ в точке M(-1; 2). Найти производную этой функции в точке M в направлении вектора $\overline{MN}$, где N(2; 3).

ВАРИАНТ 17

10. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = arctg\sqrt{(\sin x)^{\cos y}}$.

11. Найти полный дифференциал функции $z = xy + x + e^{\frac{y}{x}}$ при $x = 1, \quad y = 0$.

12. Найти производную $\frac{du}{dt}$, если $u = (x^2 - 1)^{zy}$, где $x = t\sin t$, $y = t\cos t$, $z = e^{t^2}$.

13. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = \ln\frac{v+u}{v-u}$, *где* $u = xtgy^3$, $v = e^{\sqrt{x-y}}$.

14. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $\cos\frac{1}{x-y} + \cos\frac{1}{y-z} + \cos\frac{1}{z-x} = 1$. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

15. Найти частные производные $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если $z = e^{\frac{1}{xy}}$.

16. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + x - xy - y$ в замкнутой области, ограниченной линиями $y = -4, \quad (x+1)^2 + y = 0$.

17. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $y = xtg\frac{z}{a}$ в точке $A\left(a; a; \frac{\pi a}{4}\right)$.

18. Найти градиент функции $u = x^2 + y^2 - z^2$ в точке M(4; 0; 2). Найти производную этой функции в точке M в направлении вектора $\bar{l}(1;1;1)$.

ВАРИАНТ 18

1. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции
$z = \arccos\sqrt{\frac{\sin^2 x - \cos^2 y}{1 + xy}}$.

2. Найти полный дифференциал функции $u = (x - y)(y - z)(z - x)$.

3. Найти производную $\frac{du}{dt}$, если $u = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$, где
$x = R\cos^2 t$, $y = R\cos t \sin t,$ $z = R\sin t,$ $R = const$.

4. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial \varphi}$, $\frac{\partial z}{\partial \psi}$, если
$z = \frac{x^3 y - xy^3}{x^2 + y^2}$, *где* $x = a\cos\varphi\cos\psi$, $y = b\sin\varphi\cos\psi.$

5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $x^2 + y^2 - z^2 - xy = 0$.
Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ при $x = 1, y = 0, z = 1$.

6. Показать, что функция $u = A\sin(at + \varphi)\sin x$ удовлетворяет
уравнению $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции
$z = xy(3 - x - y) + 1$ в замкнутой области, ограниченной линиями
$x = 0,$ $y = 0,$ $x + y = 4$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $ax^2 + by^2 + cz^2 = k$ в точке $M(x_0; y_0; z_0)$ на ней .

9. Найти градиент функции $z = x^y$ в точке М(e; 2). Найти производную этой функции в точке М в направлении , составляющем с осью ОХ угол 30°.

ВАРИАНТ 19

10. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = arctg^2 \frac{\sqrt{y}}{x+y} + (\ln x)^y$.

11. Найти полный дифференциал функции $u = x + \frac{x-y}{y-z}$.

12. Найти производную $\frac{dz}{dt}$, если $z = t\left(xy + \frac{x}{y}\right)^2$, где $x = te^t$, $y = 1 - \sin t$.

13. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, если $z = \sin^2(x+y) + \cos^2 x$, *где* $x = \frac{1}{u\sqrt{v}}$, $y = \sqrt{\frac{u}{v}}$.

14. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $e^z + \sqrt{1+xyz} = tg\frac{z}{x}$. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

15. Найти частные производные $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $z = e^{\sqrt{xy}}$.

16. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = xy + \frac{8}{x} + \frac{8}{y}$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x = 1$, $y = 1$, $x = 4$, $y = 4$.

17. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$ в точке $M\left(\frac{a}{\sqrt{2}}; \frac{b}{\sqrt{2}}; c\right)$.

18. Найти градиент функции $z = \sqrt[3]{x + y^2 + 2z}$ в точке M(2; 2; 1). Найти производную этой функции в точке M в направлении вектора $\overline{MO}$, где O(0; 0; 0) – начало координат.

ВАРИАНТ 20

1. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции

$z = \ln\left(tg\frac{x}{y} + \sqrt{1+\sin^2(x+y)} \right)$.

2. Найти полный дифференциал функции $z = \frac{x}{x^2+y^2}$ при $x = y = 1$.

3. Найти производную $\frac{dz}{dt}$, если $z = x\cos\frac{y}{x} + y\cos\frac{x}{y}$, где

$x = \frac{t}{t+1}$, $y = \ln(t^2+1)$.

4. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, если

$z = \frac{tg^2 y}{\sin^2 x + 4\cos^2 x}$, *где* $x = \frac{2u}{u+v}$, $y = \frac{2v}{u+v}$.

5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $x^2 + 2y^2 + z^2 - 4xz + xy - 6 = 0$.
   Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частную производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $z = arctg\frac{y}{x}$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 + \frac{1}{2}(x - y + 1)^2$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x = 0$, $y = 0$, $x - y + 1 = 0$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = \sin^2(x + 2y)$ в точке, соответствующей $x = y = \frac{\pi}{4}$.

9. Найти градиент функции $u = \frac{x-y}{x+y}$ в точке M(2; 1). Найти производную этой функции в точке M в направлении, составляющем с осью OX угол 60°.

ВАРИАНТ 21

1. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = e^{xy} \ln\frac{x}{y} + \sin\frac{x^2 + y^2}{x^2}$.

2. Найти полный дифференциал функции $z = \ln(x^2 + xy + y^2)$.

3. Найти производную $\frac{dw}{dt}$, если $w = xe^{-\frac{y}{x}} + \frac{2x^2}{1-y}$, где $x = \sqrt{2t + t^2}$, $y = t\ln t$.

4. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = (u^2 - 1)^{\sin v}$, *где* $u = (7x - 1)e^{-6y}$, $v = y^x$.

5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $z\sqrt{x+y} = e^{-zxy}$. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частные производные $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $z = y\cos\frac{y}{x}$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = \frac{8}{x} + \frac{x}{y} + y$ в замкнутой области, ограниченной линиями $y = 1$, $y = x$, $x = 8$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = ae^{-a(x+y)}$ в точке, соответствующей $x = y = 0$.

9. Найти градиент функции $u = \ln\left(x + \sqrt{z^2 + y^2}\right)$ в точке М(-4; 3; 4). Найти производную этой функции в точке М в направлении вектора $\overline{a} = \overline{i} - 2\overline{j} + 2\overline{k}$.

ВАРИАНТ 22

1. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции

$$z = \ln\left(xy^2 + yx^2 + \sqrt{1 + \frac{x}{y}}\right).$$

2. Найти полный дифференциал функции $z = \frac{1}{1 - x^2 - y^2}$.

3. Найти производную $\frac{dz}{dt}$, если

$$z = \sqrt{x^2 + y^2 - at}, \quad где \quad x = R\cos^2 t, \quad y = R\sin^2 t, \quad R = const.$$

4. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, если

$$z = (\ln x)^{\ln y}, \quad где \quad x = uv + \frac{u}{v}, \quad y = \sqrt{1 - uv}.$$

5. Функция $y(x)$ задана уравнением $\ln\sqrt{x^2 + y^2} + arctg\frac{y}{x} = 0$.

   Найти $\frac{dy}{dx}$.

6. Найти частные производные $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если

$$z = e^x \cdot \sin(x + 2y).$$

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = xy - x^2 - y^2 + x + y$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x = 0, \quad y = 0, \quad x + y = 3$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = a^2x^2 - b^2y^2$ в точке, соответствующей $x = \frac{1}{a}, y = \frac{1}{b}$.

9. Найти градиент функции $u = ze^{x-2y}$ в точке M(0; 0; 1). Найти производную этой функции в точке M в направлении вектора $\overline{MN}$, где N(2; 2; 2) .

ВАРИАНТ 23

1. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции
$z = xe^{-\frac{x}{y}} + \cos\frac{1+\sqrt{x+y}}{1-\sqrt{x+y}}$.

2. Найти полный дифференциал функции $z = \cos\frac{1}{xy}$.

3. Найти производную $\frac{dw}{dt}$, если $w = e^{xt^2} + (xy)^{t^2}$, где
$x = \frac{1}{1-t^2}$, $y = \ln(1+t\sqrt{t})$.

4. Найти частные производные $\frac{\partial w}{\partial x}$, $\frac{\partial w}{\partial y}$, $\frac{\partial w}{\partial z}$, если
$w = \frac{\arcsin\frac{u-v}{uv}}{u\ln v + v\ln u}$, *где* $u = \frac{z}{xy}$, $v = x\ln(yz)$.

5. Функция $r(\varphi)$ задана уравнением $e^{-r\,tg\varphi} = r^2\cos 2\varphi$. Найти $\frac{dr}{d\varphi}$.

6. Найти частную производную $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$, если $u = \frac{\sin x}{x+y}$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции
$z = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$ в замкнутой области, ограниченной линиями
$x = 0$, $y = x$, $y = 3$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = e^{x^2-y^2}$ в точке, соответствующей $x = y = 1$.

9. Найти градиент функции $u = \left(\frac{y}{x}\right)^z$ в точке M(1; e; 1). Найти производную этой функции в точке M в направлении вектора $\bar{a}(3; 0; 4)$.

ВАРИАНТ 24

10. Найти частные производные $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ функции

$$z = \frac{arctg\,\dfrac{y}{x} - 1}{arctg\,\dfrac{y}{x} + 1} - arctg(x^y)\,.$$

11. Найти полный дифференциал функции $z = \dfrac{2xy}{x^2 + y^2}$.

12. Найти производную $\dfrac{du}{d\tau}$, если $u = (x\cos\tau + y\sin\tau)e^{-2\tau}$, где

$x = \tau^n e^{\tau}$, $y = \dfrac{1}{\tau^n + 1}$.

13. Найти частные производные $\dfrac{\partial z}{\partial u}$, $\dfrac{\partial z}{\partial v}$, если

$z = \dfrac{\ln\left(\ln(x+y)\right)}{\sqrt{1+xy}}$, *где* $x = v + \dfrac{1}{u}$, $y = \dfrac{v+u}{v-u}$.

14. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $(xy+z)^3 + \cos\dfrac{z}{xy} + zx = 0$.

Найти $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

15. Найти частные производные $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если

$z = \arcsin\sqrt{xy}$.

16. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = 3y^2 + 2x^2 - 2xy + 4y + 2x - 2$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x = -2,\quad y = -2,\quad x + y = 3$.

17. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z^2(x^4 + y^4) = 2a^2$ в точках, соответствующих $x = y = a$.

18. Найти градиент функции $u = arctg\dfrac{xz}{y}$ в точке М(1; 1;1).

Найти производную этой функции в точке М в направлении , составляющем одинаковые острые углы со всеми координатными осями.

ВАРИАНТ 25

1. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции
$z = \sin^2\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) + e^{tg(\sqrt{x}-\sqrt{y})}$.

2. Найти полный дифференциал функции $z = \sqrt{y \sin x}$.

3. Найти производную $\frac{dw}{ds}$, если $w = \frac{x\cos y + y\sin x}{x\cos y - y\sin x}$, где
$x = se^{-s}$, $y = e^{-s}\ln s$.

4. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, если
$z = \frac{x^2 + 2y^2 - xy}{(x-y)^3}$, *где* $x = \sqrt{\frac{1+v}{u}}$, $y = \frac{\sqrt{u}}{1+v}$.

5. Функция $y(x)$ задана уравнением $y^2e^x + x^2ye^y = e^{xy}$. Найти $\frac{dy}{dx}$.

6. Найти частную производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$, если $z = \left(1+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{1}{y}\right)$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 - 4xy + y^2 + 3$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x = 2$, $y = -1$, $x - y + 1 = 0$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $y^2 - 2x^2 - xz + 3z^2 + x = 0$ в точке (1; -1; 0).

9. Найти градиент функции $u = -\frac{1}{r^3}$, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ в точке M(1; 2; 2). Найти производную этой функции в точке M в направлении вектора $\bar{a}(2; -2; 1)$.

ВАРИАНТ 26

10. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции

$z=\sin\left(\ln\left(\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}\right)\right)+\ln\left(\sin(\sqrt{x}y)\right)$.

11. Найти полный дифференциал функции $z=\frac{xy+1}{x^2-y}$ при

$x=3,\quad y=1,\quad \Delta x=0{,}1,\quad \Delta y=0{,}2$.

12. Найти производную $\frac{dw}{d\varphi}$, если $w=\left(\sin x+\sin\varphi\right)^{y^2}$, где

$x=\varphi\ln\varphi,\ y=\varphi\sqrt{\ln\varphi}$.

13. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z=e^{u+\frac{v}{w}}+\sqrt{\frac{u+v}{w}}$,

где $u=\sin\frac{y}{x},\quad v=\sqrt{x+y},\quad w=x\sqrt{y}$.

14. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $\ln\left(x+\frac{y}{z}\right)=arctg\sqrt{x+yz}$.

Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

15. Найти частные производные $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если

$z=\sin(x\cos y)$.

16. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$z=\frac{x^2}{2}-4xy+9y^2+3x-14y+\frac{1}{2}$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x=0,\ y=0,\ x=2,\ y=2$.

17. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z=\sin x\sin y$ в точке, соответствующей $x=y=\frac{\pi}{4}$.

18. Найти градиент функции $z=\sqrt{x^2-y^2}$ в точке М(5; 3). Найти производную этой функции в точке М в направлении биссектрисы второго координатного угла.

ВАРИАНТ 27

1. Найти частные производные $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, $\frac{\partial u}{\partial z}$ функции

$u = tg\, z^3 - \sin(x^2 y^2 z) + e^{-\frac{x}{\sqrt{y}}}$.

2. Найти полный дифференциал функции $z = \frac{x+y}{\sqrt[3]{x^2+y^2}}$.

3. Найти производную $\frac{dz}{dy}$, если $z = x\ln\left(y - x^2\sqrt{t}\right)$, где

$t = \frac{\sin(\ln y)}{\cos(\ln y)}$, $x = \frac{\ln(\sin y)}{\ln(\cos y)}$.

4. Найти частные производные $\frac{\partial w}{\partial x}$, $\frac{\partial w}{\partial y}$, если

$w = (uv)^z$, *где* $u = x\sin y$, $v = x\cos y$, $z = x^2 + y^2$.

5. Функция $y(x)$ задана уравнением $y = arctg\frac{x+y}{1-xy}$. Найти $\frac{dy}{dx}$.

6. Найти частную производную $\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z}$, если $u = y\cos\frac{z}{x}$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = -y^2 + 5xy - 7y - 6$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x = 5$, $5x = (y+1)^2$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $2z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ в точке $M_0(a;b;1)$.

9. Найти градиент функции $u = xy\cos^3 z$ в точке M(1; 1; 0). Найти производную этой функции в точке M в направлении вектора $\overline{MN}$, где N(2; 3; -2).

ВАРИАНТ 28

10. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции

$$z = \ln\left(\frac{\sin x + \cos y}{\sin^2 x + \cos^2 y}\right) + (\sin x)^{\cos y}.$$

11. Найти полный дифференциал функции $z = \sqrt{\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}}$.

12. Найти производную $\frac{dz}{dx}$, если $z = x\sqrt{\frac{u+v}{v}}$, где

$$u = 1 - \sin^{\frac{2}{3}} x, \quad v = \cos^{\frac{2}{3}} x.$$

13. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial r}$, $\frac{\partial z}{\partial \varphi}$, если

$z = e^{-arctg\frac{y}{x}} + \sqrt{\frac{x+y}{x-y}}$, где $x = r\cos\varphi, \quad y = r\sin\varphi.$

14. Функция $z(x; y)$ задана уравнением $\sqrt{x + yz} = \ln^2 \frac{xy}{z}$.

Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

15. Найти частную производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $z = e^{\frac{x+y}{x-y}}$.

16. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = y^3 - x^2$ в замкнутой области, ограниченной линией $x^2 + y^2 = 1$.

17. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = \sin x + \sin y + \sin(x+y)$ в точке O(0; 0; 0).

18. Найти градиент функции $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}}$ в точке A(-1; 2; -2). Найти производную этой функции в точке A в направлении вектора, противоположного градиенту функции в этой точке.

ВАРИАНТ 29

1. Найти частные производные $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, $\frac{\partial u}{\partial z}$ функции $u = (x-y)^z + (x-z)^y + (z-y)^x$.

2. Найти полный дифференциал функции $z = \ln\sin\frac{x}{\sqrt{y}}$.

3. Найти производную $\frac{dz}{dt}$, если $z = x^2\ln\left(x^2+y^2\right)$, где $x = t(1-\cos t)$, $y = t(1+\sin t)$.

4. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$, если $z = \frac{\sin(x^2-y^2)}{\sqrt{x-y}}$, *где* $x = \frac{u}{v^2}$, $y = u + e^{uv}$.

5. Функция $y(x)$ задана уравнением $e^{xy} + \sin\frac{x^2+y^2}{x^2} = 0$.

   Найти $\frac{dy}{dx}$.

6. Найти частную производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$, если $z = \ln\left(\sqrt[3]{x}+\sqrt{y}\right)$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + xy + y^2 + 3x$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x = 0$, $y = 0$, $y - x - 4 = 0$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x\cos y + y\cos z + z\cos x = 1$ в точке, соответствующей $x = y = 0$.

9. Найти градиент функции $u = z\cdot x^y$ в точке A(1; 1; 1). Найти производную этой функции в точке A в направлении вектора $\overline{AB}$, где B(2; 2; 2).

ВАРИАНТ 30

1. Найти частные производные $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, $\frac{\partial u}{\partial z}$ функции $u = x - \frac{yz}{x} + \sqrt{xy + yz + zx} + (x + y)^z$.

2. Найти полный дифференциал функции $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$.

3. Найти производную $\frac{dz}{dt}$, если $z = \ln\sin\left(x^2 - 2y + xt\right)$, где $x = \frac{e^t}{1+t^2}$, $y = te^t$.

4. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = \frac{1-u^v}{1+u^v}$, *где* $u = xy$, $v = y\cos x$.

5. Функция $z(x;y)$ задана уравнением $y\cos(x + z^2) + \frac{x+y}{z} = 0$.
   Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

6. Найти частные производные $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если $z = \cos^2 \frac{y}{x}$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 5$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x + y = 5,\quad x = -1,\quad y = -1$.

8. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 z + y^2 z = 4$ в точке (2; 0; 1).

9. Найти градиент функции $u = x\cos y + y\cos z + z\cos x$ в точке O(0; 0; 0). Найти производную этой функции в точке 0 в направлении вектора $\bar{a}(1;2;2)$.

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №1

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $2y'' = \sqrt{(1+y')^3}$
2. $y'' + 4y = \dfrac{1}{\cos 2x}$
3. $y'' - 2y' + 5y = e^x(x-1) + \cos 2x$
4. $(y^2 + 2xy - x^2)dy + (x^2 + 2xy - y^2)dx = 0 \qquad y(1) = 1$
5. $y' - 2y = 3x - 1 \qquad y(0) = \dfrac{1}{4}$
6. $y''' \sin^3 x = 2\cos x$
7. $xy' - y = \sqrt{4x^2 + y^2}$
8. $y^2 y' + y^3 = 1 - x \qquad y(0) = \dfrac{2}{3}$
9. $y' + \dfrac{y}{x} = \sqrt{y}\ln x$
10. $y'' + y = e^{-x}\sin 2x$
11. $(y-4)(y-5)y'' = (y')^2$
12. $(y-x)y' = 1$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №2

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y'' - 4y' + 5y = xe^{x} + 2\sin x$
2. $y' + \dfrac{x^2 y}{x^3 + 1} = x^2 + x^5$
3. $y'' + y = tg^2 x$
4. $y'' + 6y' + 9y = 2e^{-3x}$
5. $y \ln y dx + (2 - x - x^2) dy = 0 \qquad y(2) = e^2$
6. $y' + \dfrac{y}{x+1} = \dfrac{\sqrt{y}}{x}$
7. $\sqrt{1 + x^2}\, y'' - 1 = 0$
8. $xyy' = y^2 + x\sqrt{9x^2 + 4y^2}$
9. $(y+2)(y+3)y'' = (y')^2$
10. $x^2 - 6y' + 2xy'' = 0 \qquad y(1) = \dfrac{1}{6} \qquad y'(1) = \dfrac{1}{2}$
11. $2y' - 6y + x^2 = 0 \qquad y(0) = 0$
12. $y'' = \sqrt{3y' - 2}$

Домашнее задание по разделу «Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №3

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $xy' = y(3\ln y - 3\ln x + 5)$
2. $y'' + 2y' + 2y = e^{-x} + \sin 2x$
3. $y' + \dfrac{y}{(x-3)(x-5)} = \sqrt{x-3}$
4. $y'' = \arcsin x$
5. $y' - \dfrac{y}{x} = \sqrt{xy}\, tg^2 x$
6. $y'' - y' = \dfrac{1}{1+e^{x}}$
7. $xy' + y = x\sin x \qquad y(\pi) = 3$
8. $y'' + y + x^2 = \sin x$
9. $(y+1)(y+2)y'' = (y')^2$
10. $y'' - \dfrac{y'}{x} = x\cos^2 x$
11. $(x^2 - xy + y^2)dx + x(y - 2x)dy = 0$
12. $y' = xy^2 - 8 + 2x - 4y^2 \qquad y(0) = \sqrt{2}$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №4

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $yy' - \frac{y^2}{x} = x^2 \arcsin x$
2. $y'' - y' = e^x + \cos x - 3\sin x$
3. $tg^2 y dx + (\sin^2 x + 4\cos^2 x)dy = 0$
4. $y'' y^3 = 1$
5. $y'' - 6y' + 9y = \frac{2 + 6x + 9x^2}{x^3} e^{3x}$
6. $y'' - y = 2\sin x + 2\cos x \qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = 1$
7. $3(x + y)^2 dx + x(2x + 3y)dy = 0$
8. $y'' - \frac{y'}{x} = x\, arctgx$
9. $y' + \frac{2y}{1 - x^2} = \frac{1 - x}{(1 + x)^3} \qquad y(2) = \frac{1}{3}$
10. $y'' = \ln x$
11. $2(x^2 - y^2)dx + (5x + 2y)xdy = 0$
12. $y'' + 4y = 3\sin 2x - \cos 2x$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №5

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y' + \dfrac{y}{x} = y^3 x^2 \arcsin x$
2. $xy'(\ln \dfrac{y}{x} + 4) = y(\ln \dfrac{y}{x} + 5)$
3. $y' - \dfrac{xy}{x^2 - 9} = x^3$
4. $y'' + y = x - 2 + e^x \sin x$
5. $1 + (y')^2 = yy''$
6. $y''' = xe^{2x}$
7. $y' = \sqrt{y^2 + 4} \ln^2 x \qquad y(1) = 0$
8. $y'' + y = \dfrac{1}{\cos x}$
9. $y'' - 2y' = e^{-x} \cos x$
10. $y'' - \dfrac{y'}{x} = x^2 \ln x$
11. $y' = xy^2 - 4 + 4y^2 - x$
12. $y'' + 9y' - 10y = 11e^x + 9\sin x + 11\cos x \qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = 8$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №6

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $yy'' + (y')^2 = 0$
2. $(x + y\sin\frac{y}{x})dx - x\sin\frac{y}{x}dy = 0$
3. $y'' + 4y = e^x + \cos 3x$
4. $y' = y^4\cos x + ytgx$
5. $y'' - \frac{y'}{x} = x^2\sin x$
6. $y' = xy^2 - 4 + 2y^2 - 2x$
7. $y' + xy^2 = xy \qquad y(0) = \frac{1}{2}$
8. $y'' + y = \frac{1}{\cos^2 x}$
9. $y(y+1)y'' = (y')^2$
10. $y'' + 4y' = e^{-4x} \qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = 0$
11. $xy' = y + \sqrt{x^2 - 4xy + y^2}$
12. $y'' = \frac{1}{\cos^2 x} \qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = 0$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №7

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $xy' = y + x\sin\dfrac{2y}{x}$

2. $\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{xy}dx = \dfrac{dy}{\sqrt{y^2-4y}}$

3. $(y+1)y'' = (y')^2$

4. $y' + \dfrac{y}{(x-2)(x-4)} = x-2$

5. $y'' - y' - 2y = e^{-x}(x+2)$

6. $(2x^2+3y^2)dx + (2x-2y)xdy = 0$

7. $(1+x^2)y'' + xy' = 0 \qquad y(0)=1 \quad y'(0)=1$

8. $y' - \dfrac{y}{x(x-1)} = y\sqrt{xy}$

9. $y'' + y = e^{-x}(x+2) + e^{x}\sin x$

10. $y'' - \dfrac{y'}{x} = xe^{2x}$

11. $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^{x}}{x^2+1} \qquad y(0)=0 \qquad y'(0)=0$

12. $y''\sin^3 x = \sin 2x$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №8

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y' + \dfrac{y}{x} = y\sqrt{y}(\sqrt{x} - 2)^5$
2. $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$
3. $y'' + 3y' + 2y = e^{-2x} + \sin 3x$
4. $ydx = (y^2 arctgy + y)dy$
5. $y'' tgy = (y')^2$
6. $y'' - y' = \dfrac{e^x}{1 + e^x}$
7. $(4xy - y^2)dx + 2(y - x)xdy = 0$ $\qquad y(1) = 1$
8. $y'' + y = 3\sin x + 5\cos x$
9. $x(x-1)y' - (x+1)y + 4 = 0$ $\qquad y(2) = 1$
10. $y' = xy^2 + 3 + 3x + y^2$
11. $y'' = x\sin x$ $\qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = 0$
12. $xy'' - y' = x^2 \sin x$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №9

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y' + \dfrac{y}{x} = y^4 x^4 \sqrt{4 - x^2}$
2. $xy' - y = \sqrt{2x^2 + 2xy + y^2}$
3. $y'' = -\dfrac{1}{y^3}$
4. $y' + \dfrac{y}{(x-3)(x-5)} = \sqrt{x-5}$
5. $y'' - y' = e^{2x}\sqrt{1 - e^x}$
6. $(1 - x^2)y'' - \dfrac{1}{x}y' = 0$ $\quad y(\dfrac{\sqrt{3}}{2}) = 1 \quad y'(\dfrac{\sqrt{3}}{2}) = \sqrt{3}$
7. $y''' = x \cos x$
8. $y' + \dfrac{y}{x^2} = ae^{1/x}$ $\quad y(1) = 1$
9. $y'' + 4y = (x+2)\sin x$
10. $3y^2 dy = (1 - 3y^3)\sin x dx$
11. $y'' + y' - 2y = e^x(x^2 + 1) + \cos x$
12. $x^3 dy + (4y^3 + 2x^2 y)dx = 0$ $\quad y(1) = 1$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №10

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $\sqrt{1-x^2}dx + x^4\sqrt{y-1}dy = 0$
2. $xy' - 2x^2\sqrt{y} = 4y$
3. $y(y-1)y'' = (y')^2$
4. $y'' - \dfrac{y'}{x} = x\cos^2 x$
5. $y'' - 5y' = e^{3x}(\sin x - \cos x)$
6. $4x^3dy + (9y^3 - 3x^2y)dx = 0 \qquad y(1) = 1$
7. $y''' = \dfrac{x}{(x+2)^5} \qquad y(-1) = 0 \qquad y'(-1) = 0 \qquad y''(-1) = 0$
8. $y'' - y' = e^{2x}\cos^2 e^x$
9. $(x+1)y' - 3y = e^x(x+1)^4$
10. $xy' = 2y(\ln y - \ln x) \qquad y(1) = e$
11. $y'' + 6y' + 10y = 5x - 9e^x + 17xe^x$
12. $dy + ydx = \dfrac{xdx}{y^3}$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №11

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y' + \dfrac{y}{(x+1)(x+3)} = \sqrt{x+1}$
2. $y(y+1)y'' = (y')^2$
3. $y'' - 8y' + 15y = \dfrac{e^{6x}}{1+e^{2x}}$
4. $xy' - y = \sqrt{4x^2 + 9y^2}$
5. $y'' - 3y' = x^2 - 1 + \sin x$
6. $(y^2 - 3xy)dx + (x^2 + xy)dy = 0 \qquad y(1) = 1$
7. $y^4 y' + y^5 = x^2 + 1 \qquad y(0) = 0$
8. $y' ctgx - y = 2\cos^2 x\, ctgx$
9. $y'' + \dfrac{2}{x} y' = 0$
10. $y'' + 2y' + 2y = \sin x$
11. $y''' = x\ln x \qquad y(1) = 0 \qquad y'(1) = 0 \qquad y''(1) = 0$
12. $\sqrt{9 + x^2}dx + \dfrac{tgy}{x}dx = 0$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №12

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $x^2 y' = xy + y\sqrt{x^2 + y^2}$
2. $xy'' - y' \ln \dfrac{y'}{x} = 0$
3. $y'' - 3y' + 2y = \dfrac{e^{2x}}{1+e^x}$
4. $x^3 dy + (3x^2 y + y^3) dx = 0$
5. $y' + \dfrac{y}{(x-4)(x-6)} = \sqrt{(x-4)(x-6)}$
6. $y'' - \dfrac{2}{1-y}(y')^2 = 0$
7. $y' = \dfrac{x^2+1}{y^2-3}\sqrt{\dfrac{y}{x+1}}$ $\quad y(0) = 1$
8. $xdy = (y \ln x - 1) ydx$
9. $y'' + 4y' - 5y = e^x (x-3) + \sin x$
10. $y^5 y' + \dfrac{y^6}{3x} = arctgx$
11. $y''' = xe^x$ $\quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 0 \quad y''(0) = 0$
12. $y'' + y' = x^2 + 1$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №13

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y'' + y' tgx = \cos^3 x$
2. $y' + \dfrac{y}{(x-3)(x-5)} = \sqrt{(x-3)(x-5)}$
3. $x^2 y' = xy + y\sqrt{y^2 - x^2}$
4. $y'' = -\dfrac{1}{y^3}$ $\qquad y(\dfrac{1}{2}) = 1 \qquad y'(\dfrac{1}{2}) = 1$
5. $y' - \dfrac{y}{x} = \dfrac{1}{2y}$
6. $y' = \dfrac{2y - x}{2x + y}$ $\qquad y(1) = 1$
7. $y'' - y = 1 + x$
8. $y'' - 3y' + 2y = e^{2x}(x-3) + \cos x$
9. $y'' - 4y' + 4y = \dfrac{e^{2x}(x^2 + 3x - 1)}{x}$
10. $ydx = (y\sqrt{1-y^2} - x)dy$
11. $y' = xy^2 - 8 - 4x + 2y^2$
12. $y''' = x + \cos x$ $\qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = 0 \qquad y''(0) = 0$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №14

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $\sqrt[3]{y^2}\,y' + y\sqrt[3]{y^2} = x$
2. $\sqrt{4-x^2}\,dx - xy\sqrt{1-y^2}\,dy = 0$
3. $xyy' = y^2 + x\sqrt{x^2+4y^2}$
4. $y'' - \dfrac{y'}{\sin x} = \dfrac{\sin\frac{x}{2}}{\cos^3\frac{x}{2}}$
5. $y'' + 2y' - 3y = e^x \sin x + e^{-3x}$
6. $y' - \dfrac{\sin 2x}{\cos^2 x + 4}\,y = 1$
7. $xy' - y = xe^{-\frac{y}{x}}$ $\qquad y(1) = 0$
8. $y(1-\ln y)y'' + (1+\ln y)(y')^2 = 0$
9. $y' + y\cos x = \sin x\cos x$ $\qquad y(0) = 1$
10. $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^x}{\sqrt{4x+1}}$
11. $y'' = x\sin x\cos x$
12. $y'' + y = x^3 + 1$ $\qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = 0$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №15

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $2yy'' = (y')^2 + y^2$
2. $y' + \dfrac{3y}{x} = \sqrt[3]{y^2} \ln x$
3. $y'' + 4y' + 5y = x + \sin 2x$
4. $y'' - y' = x^2 + e^{-x} \qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = 0$
5. $y'' + 2y' + y = \dfrac{e^{-x}}{\sqrt{1 - x^2}}$
6. $(2x^2 y + xy^2 + y^3)dx - (2x^3 + x^2 y)dy = 0 \qquad y(1) = -1$
7. $y' = xy^2 + 6xy - 6y - y^2$
8. $y'' - \dfrac{y'}{x} = x \cos^2 x$
9. $y'' = \dfrac{\ln x}{x}$
10. $y' + \dfrac{y}{(x+2)(x+4)} = \sqrt{\dfrac{x+2}{x+3}}$
11. $y'' + 4y = \sin 2x - 2\cos 2x$
12. $y' + \dfrac{y}{x^2 + x} = \dfrac{x}{x+1} \qquad y(1) = -4 \ln 2$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №16

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y^6 y' + y^7 = x - 4$
2. $y'' = \dfrac{(1+x)^2}{x(1+x^2)}$
3. $y'' + 9y = \dfrac{2}{\cos^2 3x}$
4. $y' + \dfrac{y}{(x+2)(x+4)} = \dfrac{1}{\sqrt{(x+2)(x+4)}}$
5. $(2\sqrt{x} - \sqrt{y})\sqrt{y}dx + xdy = 0 \qquad y(1) = 1$
6. $y'' + \dfrac{xy'}{x^2+4} = x$
7. $y'' + y = 2\sin x \qquad y(0) = 1 \qquad y'(0) = 0$
8. $y'' - \dfrac{(y')^2}{y} = y^2 \qquad y(0) = 1 \qquad y'(0) = 1$
9. $y' = \dfrac{xy}{2(1-x^2)} + xy^2$
10. $y' = xy^2 - 9x + 18 - 2y^2$
11. $y'' - y' = e^x \sin x + x$
12. $xy' = y + \sqrt{y^2 - 9x^2}$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №17

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y'' - y' - 2y = e^{-x}(x+2) \qquad y(0)=0 \qquad y'(0)=0$
2. $y'' = y'(1+y) \qquad y(0)=1 \qquad y'(0)=\dfrac{3}{2}$
3. $y'' + 4y = \dfrac{1}{\sin^2 2x}$
4. $y^6 y' + \dfrac{y^7}{7x} = arctgx$
5. $y' = xy^2 - 3x - 2y^2 + 6$
6. $y' + \dfrac{y}{x} = 2\ln x + 1 \qquad y(1)=1$
7. $y' - \dfrac{y}{x} = y^2 \sin 2x$
8. $y'' + \dfrac{3y' \sin 3x}{\cos 3x + 2} = \sin x(\cos 3x + 2)$
9. $y'' = \dfrac{\cos 2x}{\sin^2 2x}$
10. $xy' = y + \sqrt{x^2 + 4y^2}$
11. $y'' - 2y' + y = \cos x + e^x$
12. $(2x^2 + y^2)dx + 2x^2 dy = 0$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №18

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y' - \frac{2y}{x} = y^2 \frac{\ln x}{x}$

2. $xy' = y(\ln \frac{3y}{x} + 2)$ $\qquad y(3) = 1$

3. $xy' - y = x(4 + 3e^{y/x})$

4. $(y-1)y'' = (y')^2$

5. $y'' + y' tgx = 0 \qquad y(0) = 1 \qquad y'(0) = 1$

6. $y'' = \frac{\ln x}{x}$

7. $y'' + 4y = e^{-x}(3x - 1)$

8. $y' = xy^2 + 4x - 4y^2 - 16$

9. $y' + \frac{3x^2 y}{x^3 + 8} = 1 \qquad y(0) = \frac{1}{8}$

10. $y'' + y = tgx$

11. $y' + \frac{5y}{x} = \frac{1}{x^5 \sqrt{x^2 - 2x}}$

12. $y'' + y' = x^2 + 1 + \sin x$

Домашнее задание по разделу «Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №19

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y'' = \dfrac{(y')^3}{y^2}$
2. $y' + 5y^2 + 15 = xy^2 + 3x$
3. $y' + \dfrac{y}{x} = \dfrac{y^4 x^2}{x-1}$
4. $y'' - y' - 6y = xe^{2x} \qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = 0$
5. $y'' + y = \cos 2x + 2x$
6. $x^4 y''' + 2x^3 y'' = 1$
7. $y\sqrt{y}dx - (2x\sqrt{x} + x\sqrt{y})dy = 0$
8. $y' + \dfrac{xy}{x^2 + a^2} = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} \qquad y(a\sqrt{3}) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$
9. $y'' = \dfrac{2x-1}{x-2}$
10. $y'' + 4y = tg2x$
11. $(7x^2 - 4y^2)dx + 3xydy = 0$
12. $xdy + ydx = xe^x dx$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №20

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y'''(x+2) = y''$
2. $y' + \dfrac{y}{x} = y^5 \ln x$
3. $(x + 4xy + 5y^2)dx = (6x^2 + 4xy)dy$
4. $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^x}{\sqrt{x^2 + 4x}}$
5. $y' + \dfrac{6x^2 y}{x^3 + 1} = \dfrac{1}{x}$
6. $y'' - 6y' + 6y = e^x + e^{2x} \qquad y(0) = \dfrac{1}{3} \qquad y'(0) = 0$
7. $y''' = \dfrac{\sin 2x}{\cos^3 2x}$
8. $xyy' = y^2 + x\sqrt{x^2 + y^2}$
9. $y'' \sin y = (y')^2 \qquad y(0) = \dfrac{\pi}{3} \qquad y'(0) = 1$
10. $y'' + 3y' - 4y = 2 + 5e^x \cos x - 8x^2$
11. $y' = xy^2 + 4x - 2y^2 - 8$
12. $y^3 y' + \dfrac{y^4}{2x} = \dfrac{\sin x}{x} \qquad y(\dfrac{\pi}{2}) = 0$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №21

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y(\ln\frac{y}{x}-1)dx+xdy=0$
2. $y'-\frac{y}{x}=\frac{y^5\sin x}{x^3}$
3. $y''+y=1-\cos 2x \qquad y(0)=1 \qquad y'(0)=0$
4. $y'\sqrt{y}+\frac{2y\sqrt{y}}{x}=\ln x$
5. $y''=-\frac{(y')^2}{\sqrt{1+y^2}}$
6. $y''-y'=4x^3+x+3e^x$
7. $y''+\frac{2y'}{\sin 2x}=\cos x$
8. $y''=x\sin 2x$
9. $y'+\frac{2xy}{x^2-1}=\frac{1}{x^4-1} \qquad y(0)=1$
10. $y'=\frac{x\sin x}{\cos^3 y} \qquad y(0)=0$
11. $y''-y'=e^{2x}\cos e^x$
12. $y'+\frac{4y}{4x+1}=y^3(4x+1)$

Домашнее задание по разделу «Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №22

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $xdy = (y + \sqrt{2x^2 - 2xy + y^2})dx$
2. $\sqrt[3]{y^2}(\sqrt[3]{y} - e^x)dx + dy = 0$ $\qquad y(0) = 1$
3. $2y'' + y' - y = 3xe^x$ $\qquad y(0) = 0 \quad y'(0) = 0$
4. $y'' = tg^2 x$
5. $y' + \dfrac{xy}{x^2 + 1} = x$ $\qquad y(0) = 1$
6. $y' = xy^2 + 2x - 6 - 3y^2$
7. $y' + \dfrac{y}{x} = y^2 \ln^2 x$
8. $y'' - 4y' + 4y = \sin 2x + e^{2x}$
9. $y'' - 10y' + 25y = \dfrac{(x+2)e^{5x}}{x^2 - 1}$
10. $(3x^2 + 7y^2)dx - (4x + 6y)xdy = 0$
11. $(y'')^2 = y'$
12. $y'' = x^2 - \dfrac{y'}{x}$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №23

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y'' = \dfrac{x}{x+1}$
2. $y'' + 4y' + 4y = \dfrac{xe^{-2x}}{x^2+4}$
3. $yarctgxdx + \sqrt{1+y^2}dy = 0 \qquad y(0) = \sqrt{3}$
4. $y'' + 4y' - 5y = xe^x \qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = 0$
5. $y' + \dfrac{y}{x} = y^2(1+x^2)$
6. $y'' + y' = x - 2 + e^x$
7. $(9x^2 - 7xy + 6y^2)dx + (x - 5y)xdy = 0$
8. $y' - \dfrac{2\sin x}{\cos x + 1}y = 1$
9. $y = xy' - x^2 \qquad y(5) = 5$
10. $xy''' + y'' - x - 1 = 0$
11. $3xy^2dy - (2y^3 + x^3)dx = 0$
12. $y'' = (y')^2 tgy$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №24

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y' + \dfrac{y}{(x+1)(x+3)} = (x+1)\sqrt{(x+3)}$
2. $y'' - \dfrac{2y'}{x} = x^2 arctgx$
3. $xyy' = y^2 + x\sqrt{x^2 - 9y^2}$
4. $(1+x^2)dy + ydx = arctgxdx \qquad y(0)=1$
5. $y' + \dfrac{y\sin 2x}{\cos 2x - 5} = y^3 \qquad y(0)=1$
6. $y'' = xe^{2x}$
7. $y'' + 6y' + 9y = \dfrac{e^{-3x}}{x(x+3)}$
8. $y''tg2y = 2(y')^2$
9. $y'' + y' = x^2 - x + 3 \qquad y(0)=0 \qquad y'(0)=0$
10. $y'' + y = e^{ч} + \sin x + \cos x$
11. $xdy - ydx = \sqrt{x^2 + xy + y^2}dx$
12. $\dfrac{2x(1-e^y)}{1+x^2}dx + e^y dy = 0$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №25

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y'' - y' ctg \dfrac{x}{2} = \sin^3 \dfrac{x}{2}$
2. $(y-4)(y-3)y'' = (y')^2$
3. $y' + \dfrac{y}{x} = y^2 x \sin x$
4. $y'' - 5y' + 6y = (x^2+1)e^x + xe^{2x}$
5. $x^2 y' = xy + y\sqrt{y^2 - 4xy}$
6. $y^2(x+y)dx + x^2(x-y)dy = 0$
7. $xdx = (\dfrac{x^2}{y} - y^3)dy$
8. $y' = \dfrac{(1+y^3)xe^x}{y^2}$ $\qquad y(0) = \sqrt[3]{e-1}$
9. $y'' + 4y = 4tg2x$
10. $y'' = \sin^3 x$ $\qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = 0$
11. $(x+1)dy - (2y + (x+1)^4)dx = 0$ $\qquad y(1) = 0$
12. $y'' - 3y' - 4y = \sin x$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №26

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y'' = y' tgx + \sin^2 x$
2. $y'' - 3y' + 2y = \dfrac{e^{3x}}{1+e^x}$
3. $y' - \dfrac{2y \sin 2x}{\sin^2 x + 3\cos^2 x} = 1$
4. $y'' + 3y' - 4y = (x+2)e^x \qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = 0$
5. $xy' - y = \sqrt{10x^2 + 2xy + y^2}$
6. $y''(1+y^4) + 4y^3(y')^2 = 0$
7. $xy' = 3y(\ln \dfrac{y}{x} + 1) \qquad y(1) = 1$
8. $xdy + ydx = \ln \dfrac{1}{x-1} dx$
9. $y' = xy^2 + 4x - 12 - 3y^2$
10. $y'' = (x+1)e^{3x} \qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = 0$
11. $y'' + y' = 3 - 4x - 5\sin 3x$
12. $y^4 y' - \dfrac{y^5}{5x} = (\ln x - 3)^5$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №27

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y' + \dfrac{3y\sin 2x}{4\sin^2 x + \cos^2 x} = 1$
2. $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\qquad y(\sqrt{3}) = 1$
3. $(4x - 3y)dx + (2y - 3x)dy = 0$
4. $y''\sin y + (y')^2 = 0$
5. $y'' - \dfrac{y'}{x} = x\arcsin x$
6. $y' - \dfrac{y}{x} = y^2\sqrt{x^2 + 4}$
7. $y'' - y = e^{-x} + 3e^x$
8. $y'' = tg^2 3x$
9. $y'' - 2y' + y = xe^x$ $\qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = 0$
10. $3e^x tg^2 y dx + (1 - e^x)dy = 0$
11. $y'' - y' = \dfrac{e^{2x}}{1 + e^x}$ $\qquad y(0) = 1 \qquad y'(0) = 1$
12. $ydx - xdy + x^2\ln^2 x dx = 0$

Домашнее задание по разделу «Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №28

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y^5 y' - \frac{y^6}{x} = \frac{x^5}{\ln x}$
2. $y' + \frac{y}{x} = \sqrt[3]{y^2} \ln 2x$
3. $y''' = x \sin x$ $\quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 0 \quad y''(0) = 1$
4. $y' = xy^2 - x - 2 + 2y^2$
5. $xy' - y = \sqrt{2xy + y^2}$
6. $y'' = y - 1$
7. $y'' + 4y = 2\sin 2x - \cos 2x$
8. $y'' + y' tgx = \cos^2 x$
9. $y'' - 2y' + y = 2e^x + (4x^2 + 2)e^{-x}$
10. $xy' \sin \frac{2y}{x} = y \sin \frac{2y}{x} + x(2 + \cos^2 \frac{y}{x})$ $\quad y(1) = 0$
11. $y'' + y = \frac{1}{\cos^3 x}$
12. $xy' = (y + x^2 \sin^3 x)$ $\quad y(\frac{\pi}{2}) = 1$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №29

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $1+(y')^2 = yy''$
2. $y' = xy^2 - 6x - 12 + 2y^2$
3. $y' - yctgx = \sin^3 x$
4. $y' + \dfrac{y}{x} = x^2 \ln x \qquad y(1) = 0$
5. $y'' - \dfrac{y'}{x} = \dfrac{\ln x}{x^3} \qquad y(1) = 1 \qquad y'(1) = -\dfrac{1}{9}$
6. $y^2 y' + \dfrac{y^3}{x} = \dfrac{e^{-x}}{x^2}$
7. $xy' = y + xtg^2 \dfrac{2y}{x}$
8. $y'' + y = tg^2 x$
9. $y'' - 3y' = 9x^2 - 6e^x - 5 \qquad y(0) = 2 \qquad y'(0) = 1$
10. $y'' - 2y' = e^{3x} \sin x + e^x$
11. $y'' = \dfrac{\sin 2x}{\cos^2 2x}$
12. $(2xy + y^2)dx = (3x^2 + xy)dy$

Домашнее задание по разделу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Вариант №30

Определить тип уравнения и найти его решение.

1. $y'' \sin y = (y')^2$
2. $xy' = y(\ln \frac{2y}{x} - 3)$
3. $xy' - y = \sqrt{4xy - y^2 - 3x^2}$
4. $y'' + 4y = \frac{1}{\cos^3 2x}$ $\qquad y(0) = 1 \qquad y'(0) = 2$
5. $y''' = \frac{\cos x}{\sin^3 x}$
6. $y' + \frac{y}{x} = y^3 \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$
7. $y'' - y' = e^{-x} + (2x-1)e^x$
8. $y'' - \frac{y'}{x} = x \ln x$ $\qquad y(1) = 0 \qquad y'(1) = 0$
9. $yy' + y^2 = x - 1$
10. $y'' - 2y' + y = \frac{25}{3} \sin 2x + 4e^x$
11. $y' + \frac{3x^2 y}{x^3 + 1} = \frac{1}{x^2}$
12. $2xy' - y^2 + 2y = 0$ $\qquad y(1) = 1$

Вариант 1.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \sin(3x-4)dx$

2. $\int \frac{dx}{5x+4}$

3. $\int \frac{xdx}{x^2-1}$

4. $\int \frac{\sin xdx}{\cos^6 x}$

5. $\int \frac{\sqrt{\ln x+3}}{x}dx$

6. $\int \frac{\arcsin^3 x}{\sqrt{1-x^2}}dx$

7. $\int xe^{7x}dx$

8. $\int \mathrm{arctg}\, xdx$

9. $\int \frac{(3x+1)dx}{x^2-2x+10}$

10. $\int \frac{(7x+1)dx}{\sqrt{x^2-4x+5}}$

11. $\int \frac{dx}{x(x^2+4)}$

12. $\int \frac{(3x+1)dx}{x^3-1}$

13. $\int \cos 2x \cos 6x dx$

14. $\int \cos^2 8x dx$

15. $\int \cos x \sin^5 x dx$

16. $\int \mathrm{tg}^4 3x dx$

17. $\int \frac{(\sqrt{x}-1)dx}{x(\sqrt[3]{x^2}-1)}$

18. $\int \frac{\sqrt{x^2-16}}{x}dx$

Вариант 2

Найти следующие интегралы.

1. $\int \cos(5x+2)dx$

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{2x+1}}$

3. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+5}}$

4. $\int \frac{\ln^2 xdx}{x}$

5. $\int \frac{\sqrt{\mathrm{tg} x}-1}{\cos^2 x}dx$

6. $\int \cos x \sqrt[3]{\sin x}dx$

7. $\int x \sin 3x dx$

8. $\int x^2 \ln x dx$

9. $\int \frac{(2x+5)dx}{x^2-6x+1}$

10. $\int \frac{(3x-7)dx}{\sqrt{x^2+4x+1}}$

11. $\int \frac{dx}{x^3-4x}$

12. $\int \frac{(3x+2)dx}{x(x^2+1)}$

13. $\int \sin 3x \cos 5x dx$

14. $\int \sin^2 3x dx$

15. $\int \sin x \cos^{10} x dx$

16. $\int \mathrm{tg}^3 2x dx$

17. $\int \frac{dx}{x(\sqrt[3]{x}+\sqrt{x})}$

18. $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{4+x^2}}$

Вариант 3

Найти следующие интегралы.

1. $\int e^{2x-7}dx$
2. $\int \frac{dx}{(x-2)^2}$
3. $\int \frac{xdx}{\cos^2(3x^2)}$
4. $\int \frac{\sqrt{\operatorname{tg} x}dx}{\cos^2 x}$
5. $\int \frac{e^x}{e^{2x}+4}dx$
6. $\int \frac{(\ln x+5)^2}{x}dx$
7. $\int x^2 \cos x dx$
8. $\int x^5 \ln x dx$
9. $\int \frac{(4x-5)dx}{x^2-10x+2}$
10. $\int \frac{(7x+3)dx}{\sqrt{x^2+6x}}$
11. $\int \frac{dx}{x^3-9x}$
12. $\int \frac{(2x+3)dx}{x^3+5x}$
13. $\int \sin 3x \sin 10x dx$
14. $\int \cos^4 x dx$
15. $\int \sin^3 x \cos^2 x dx$
16. $\int \operatorname{ctg}^3 7x dx$
17. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(4-\sqrt[4]{x})^2}$
18. $\int \frac{\sqrt{3-x^2}}{x^2}dx$

Вариант 4.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \frac{dx}{\cos^2(3-x)}$
2. $\int (8x+1)^7 dx$
3. $\int xe^{x^2}dx$
4. $\int \frac{(\ln x+4)^3 dx}{x}$
5. $\int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x+2}}dx$
6. $\int \frac{\operatorname{arctg}^3 x dx}{1+x^2}$
7. $\int x^2 e^x dx$
8. $\int \arcsin x dx$
9. $\int \frac{(5x-3)dx}{x^2+8x+2}$
10. $\int \frac{(6-5x)dx}{\sqrt{x^2-2x+4}}$
11. $\int \frac{(x+6)dx}{(x-1)(x+2)^2}$
12. $\int \frac{dx}{x^4-1}$
13. $\int \cos 5x \cos 7x dx$
14. $\int \sin^4 3x dx$
15. $\int \sin^3 x \cos^3 x dx$
16. $\int \operatorname{ctg}^4 2x dx$
17. $\int \frac{dx}{x(\sqrt[3]{x}-\sqrt{x})}$
18. $\int \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^3}dx$

Вариант 5.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \sin\frac{x}{2}dx$

2. $\int \sqrt[7]{(4x+1)^2}dx$

3. $\int \frac{xdx}{5x^2+4}$

4. $\int \frac{\sqrt[3]{\mathrm{ctg}x}dx}{\sin^2 x}$

5. $\int e^x \cos e^x dx$

6. $\int \frac{x+\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}dx$

7. $\int x\cos(1-3x)dx$

8. $\int \sqrt{x}\ln x dx$

9. $\int \frac{(3-4xdx}{x^2+4x+7}$

10. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+x+1}}$

11. $\int \frac{(1-x^2)dx}{(x+2)(x+3)}$

12. $\int \frac{dx}{x(x^2+9)}$

13. $\int \sin(x+2)\cos 3xdx$

14. $\int \sin^2(2x+1)dx$

15. $\int \sin^3 x\cos^5 xdx$

16. $\int \mathrm{tg}^3(7x+1)dx$

17. $\int \frac{dx}{(x-8)\sqrt[3]{x}}$

18. $\int \frac{dx}{(x^2+1)\sqrt{4+x^2}}$

Вариант 6.

Найти следующие интегралы.

1. $\int e^{1-3x}dx$

2. $\int \frac{dx}{(4x+3)^5}$

3. $\int x^2\cos(x^3+1)dx$

4. $\int \frac{dx}{x\ln x}$

5. $\int \sin xe^{\cos x}dx$

6. $\int \frac{x+\mathrm{arctg}^2 xdx}{1+x^2}$

7. $\int x\sin(5x+2)dx$

8. $\int \arcsin 2xdx$

9. $\int \frac{(x+1)dx}{x^2+3x+1}$

10. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2-12x+3}}$

11. $\int \frac{(x^2+2)dx}{(x-2)^2 x}$

12. $\int \frac{x^2dx}{x^4-1}$

13. $\int \cos(2x+3)\sin(4x+1)dx$

14. $\int \sin^2 x\cos^2 xdx$

15. $\int \cos^3 x\sin^4 xdx$

16. $\int \mathrm{ctg}^4(2x+5)dx$

17. $\int \frac{(1-\sqrt{x})dx}{x(1+\sqrt[3]{x})}$

18. $\int \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}}dx$

Вариант 7.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \frac{dx}{\cos^2(4x+1)}$

2. $\int \frac{dx}{\sqrt[5]{1-3x}}$

3. $\int \frac{xdx}{\sqrt{5x^2+4}}$

4. $\int \frac{dx}{x\sqrt{\ln^2 x+4}}$

5. $\int \frac{\cos\frac{x}{2}}{\sin^3\frac{x}{2}}dx$

6. $\int \frac{\arcsin^5 x}{\sqrt{1-x^2}}dx$

7. $\int x\cos 6x dx$

8. $\int \sqrt[3]{x}\ln x dx$

9. $\int \frac{dx}{x^2+3x+5}$

10. $\int \frac{3xdx}{\sqrt{x^2+8x+1}}$

11. $\int \frac{dx}{(x-3)^2(x+1)}$

12. $\int \frac{(x+5)dx}{(x-1)(x^2+1)}$

13. $\int \cos 3x\cos(5x+2)dx$

14. $\int \sin^4 5xdx$

15. $\int \sin^3 x\cos^4 xdx$

16. $\int \mathrm{tg}^4\frac{x}{2}dx$

17. $\int \frac{dx}{x(1+\sqrt{x})}$

18. $\int \frac{x^3dx}{\sqrt{1+x^2}}$

Вариант 8.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \frac{dx}{\sin^2(2x+3)}$

2. $\int \frac{dx}{(3x+2)^4}$

3. $\int \frac{dx}{x(\ln x-2)}$

4. $\int \frac{x^3dx}{x^4+1}$

5. $\int \frac{\sin x}{\cos^6 x}dx$

6. $\int \frac{\sqrt{\mathrm{arctg}x}dx}{1+x^2}$

7. $\int xe^{2-3x}dx$

8. $\int \ln xdx$

9. $\int \frac{(x-2)dx}{x^2+2x-5}$

10. $\int \frac{(x+1)dx}{\sqrt{x^2-10x+3}}$

11. $\int \frac{dx}{(x+4)(x-1)^2}$

12. $\int \frac{3xdx}{(x+1)(x^2+2)}$

13. $\int \sin 7x\sin(x-2)dx$

14. $\int \sin^2(1-5x)dx$

15. $\int \sqrt[3]{\cos^2 x}\sin^3 xdx$

16. $\int \mathrm{ctg}^4\frac{x}{3}dx$

17. $\int \frac{dx}{(x+2)\sqrt[3]{x}}$

18. $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{1+x^2}}$

Вариант 9.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \frac{dx}{\sqrt[5]{(2x+5)^4}}$

2. $\int \cos(2-4x)dx$

3. $\int \frac{xdx}{\sqrt[7]{x^2+1}}$

4. $\int \frac{dx}{x\cos^2 \ln x}$

5. $\int \frac{e^x}{e^{2x}-9}dx$

6. $\int \cos x e^{\sin x} dx$

7. $\int x \sin x dx$

8. $\int \ln^2 x dx$

9. $\int \frac{(2-x)dx}{x^2+16x-1}$

10. $\int \frac{(4x-7)dx}{\sqrt{x^2+6x+2}}$

11. $\int \frac{dx}{(x-1)(x+2)(x-3)}$

12. $\int \frac{5xdx}{(x+2)(x^2+2)}$

13. $\int \sin 6x \sin(4x-2)dx$

14. $\int \cos^2 x \sin^2 x dx$

15. $\int \sin^5 x \cos^2 x dx$

16. $\int \mathrm{tg}^5 x dx$

17. $\int \frac{dx}{x(\sqrt[3]{x}+\sqrt{x})}$

18. $\int \frac{x^4 dx}{\left(\sqrt{2-x^2}\right)^3}$

Вариант 10.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \cos(\frac{3x}{2}+1)dx$

2. $\int \frac{dx}{(5x+1)^3}$

3. $\int \frac{x^9 dx}{5x^{10}+2}$

4. $\int \frac{dx}{x\sqrt{4-\ln^2 x}}$

5. $\int e^x \sin(e^x+1)dx$

6. $\int \frac{\sqrt[4]{\mathrm{tg} x}dx}{\cos^2 x}$

7. $\int x^2 \sin x dx$

8. $\int x^5 \ln x dx$

9. $\int \frac{(2x+5)dx}{x^2+2x+10}$

10. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+5x}}$

11. $\int \frac{(3x+1)dx}{(x-3)^2(x+3)}$

12. $\int \frac{5dx}{(x^2+9)(x-2)}$

13. $\int \cos x \cos(3x-4)dx$

14. $\int \cos^4 3x dx$

15. $\int e^x \sin^3(e^x+1)dx$

16. $\int \mathrm{ctg}^5 x dx$

17. $\int \frac{dx}{x(1+\sqrt[3]{x^2})}$

18. $\int \frac{dx}{(x^2+9)\sqrt{16+x^2}}$

Вариант 11.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \frac{dx}{(x-4)^3}$

2. $\int \cos(\frac{5x}{2}+1)dx$

3. $\int \frac{(x^3+x)dx}{x^4+1}$

4. $\int \frac{\ln x dx}{x(\ln^2 x+3)}$

5. $\int \sin x \cos^{10} x dx$

6. $\int \frac{\sqrt{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$

7. $\int x\cos(1-\frac{x}{2})dx$

8. $\int \sqrt{x^3} \ln x dx$

9. $\int \frac{(5x+4)dx}{x^2+14x-7}$

10. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2-6x-1}}$

11. $\int \frac{2xdx}{(x+1)^2(x-1)}$

12. $\int \frac{dx}{x(x^2+4)}$

13. $\int \cos 10x \sin(2x+6)dx$

14. $\int \cos^2 3x \sin^2 3x dx$

15. $\int \sin^2 2x \cos^3 2x dx$

16. $\int x\,\mathrm{tg}^3(x^2)dx$

17. $\int \frac{dx}{x(2\sqrt[3]{x}+\sqrt{x})}$

18. $\int \frac{\sqrt{4-x^2}dx}{x^2}$

Вариант 12.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \sqrt{3x+1}dx$

2. $\int \frac{dx}{\sin^2(4x-1)}$

3. $\int \frac{3dx}{x\sqrt{\ln x-7}}$

4. $\int \frac{dx}{\cos^2 x \sqrt[3]{\mathrm{tg} x}}$

5. $\int \frac{xdx}{(x^2+5)^3}$

6. $\int \frac{\sin\sqrt{x}dx}{\sqrt{x}}$

7. $\int x\cos(3x-10)dx$

8. $\int x^3 \ln x dx$

9. $\int \frac{(8x+3)dx}{x^2-2x-10}$

10. $\int \frac{(3-5x)dx}{\sqrt{x^2+16x}}$

11. $\int \frac{(3x+2)dx}{(x^2-4)(x+1)}$

12. $\int \frac{dx}{x^2(x^2+1)}$

13. $\int \sin x \cos(3x+2)dx$

14. $\int \sin^4 5x dx$

15. $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x}dx$

16. $\int \mathrm{ctg}^4 7x dx$

17. $\int \frac{dx}{x(2\sqrt{x}+\sqrt[4]{x})}$

18. $\int \frac{\sqrt{(1-x^2)^3}dx}{x^2}$

Вариант 13.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \frac{dx}{(4x-3)^{10}}$

2. $\int e^{7-6x}dx$

3. $\int \frac{dx}{x\ln^3 x}$

4. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+10}}$

5. $\int \frac{\sin xdx}{\cos^2 x+1}$

6. $\int \frac{e^x dx}{\sin^2(e^x)}$

7. $\int \frac{xdx}{\sin^2 x}$

8. $\int \frac{\ln xdx}{x^5}$

9. $\int \frac{(x+5)dx}{x^2+4x+5}$

10. $\int \frac{(2x+7)dx}{\sqrt{x^2-6x+6}}$

11. $\int \frac{dx}{x^3+x^2+x+1}$

12. $\int \frac{xdx}{(x^2-3x+2)(x+1)}$

13. $\int \cos 10x\cos xdx$

14. $\int \sin^2 5x\cos^2 5xdx$

15. $\int \frac{\sin^3 xdx}{\cos^2 x}$

16. $\int \frac{\mathrm{tg}^3(\ln x)dx}{x}$

17. $\int \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt[3]{x}+1}$

18. $\int \frac{x^3dx}{\sqrt{(9-x^2)^3}}$

Вариант 14.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \sin(2x-7)dx$

2. $\int \frac{dx}{\sqrt[5]{3x+2}}$

3. $\int \frac{(x+x^2)dx}{x^2+4}$

4. $\int \frac{\cos\ln xdx}{x}$

5. $\int \frac{dx}{e^x+e^{-x}}$

6. $\int \frac{(x+\mathrm{arctg}^3 x)dx}{1+x^2}$

7. $\int x\cos 3xdx$

8. $\int \arcsin xdx$

9. $\int \frac{(4x-5)dx}{3x^2+6x+1}$

10. $\int \frac{dx}{\sqrt{5x^2-10x+15}}$

11. $\int \frac{xdx}{(x-2)^2(x^2-4)}$

12. $\int \frac{(3x+1)dx}{x(x^2+4)}$

13. $\int \sin(5x+1)\sin(3x-1)dx$

14. $\int \sin^4 3xdx$

15. $\int \sin^2 x\cos^3 xdx$

16. $\int \frac{\mathrm{ctg}^3(1-\ln x)dx}{x}$

17. $\int \frac{dx}{x(\sqrt[6]{x}+\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}+1)}$

18. $\int \frac{\sqrt{(1-x^2)^3}dx}{x^6}$

Вариант 15.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \frac{(3x^2+5x+1)dx}{x^2}$

2. $\int \frac{dx}{(4x-1)^4}$

3. $\int \frac{5dx}{x(\ln x-2)}$

4. $\int \frac{x^3dx}{x^8+1}$

5. $\int \frac{e^{\sqrt{x}}dx}{\sqrt{x}}$

6. $\int \sin x e^{\cos x}dx$

7. $\int x\sin(1-\frac{x}{2})dx$

8. $\int \frac{\ln x dx}{x^3}$

9. $\int \frac{(3x+1)dx}{x^2+8x-1}$

10. $\int \frac{(3-x)dx}{\sqrt{x^2-2x+14}}$

11. $\int \frac{(x+2)dx}{x^3-2x^2}$

12. $\int \frac{dx}{(x^2+x+1)x}$

13. $\int \sin(5x+2)\sin 3x dx$

14. $\int \sin^4 5x dx$

15. $\int \frac{\sin^3\frac{x}{2}dx}{\cos^2\frac{x}{2}}$

16. $\int e^x \mathrm{ctg}^2(1-e^x)dx$

17. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(4-\sqrt[4]{x})}$

18. $\int \frac{\sqrt{x^2-4}dx}{x}$

Вариант 16.

Найти следующие интегралы.

1. $\int (\sqrt{2x+1}+\frac{3}{x-1})dx$

2. $\int 5^{2+4x}dx$

3. $\int \frac{xdx}{\sqrt[3]{x^2+4}}$

4. $\int \frac{\cos\ln x dx}{x}$

5. $\int \sin x\cos^{10} x dx$

6. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\sqrt{\arcsin x}}$

7. $\int x^2e^{3x}dx$

8. $\int \sqrt{x}\ln x dx$

9. $\int \frac{3xdx}{\sqrt{x^2-6x-3}}$

10. $\int \frac{(\mathrm{ctg}x+2)dx}{\sin^2 x(\mathrm{ctg}^2x+4\mathrm{ctg}x+1)}$

11. $\int \frac{dx}{(x-5)(x+1)^2}$

12. $\int \frac{(3x+1)dx}{x(x^2+9)}$

13. $\int \cos x\sin(4x-1)dx$

14. $\int \cos^2 x\sin^4 x dx$

15. $\int \frac{\cos^3 x dx}{3+\sin^2 x}$

16. $\int (1+\mathrm{tg}^4 x)dx$

17. $\int \frac{\sqrt{x}dx}{x-\sqrt[3]{x^2}}$

18. $\int \frac{x^5dx}{\sqrt{1-x^2}}$

Вариант 17.

Найти следующие интегралы.

1. $\int (\sqrt[3]{3x-4}+\frac{5}{x^2})dx$

2. $\int \cos(\frac{x}{4}+2)dx$

3. $\int x\sqrt[5]{5x^2+1}dx$

4. $\int \frac{dx}{x\sin^2 \ln x}$

5. $\int \sin x\, 5^{\cos x} dx$

6. $\int \frac{dx}{(1+x^2)\sqrt{\mathrm{arctg} x}}$

7. $\int x^2 \cos 2x dx$

8. $\int \mathrm{arctg}\, 2x dx$

9. $\int \frac{(3x+7)dx}{x^2+3x+2}$

10. $\int \frac{(2+\ln x)dx}{x(\ln^2 x-4\ln x+5)}$

11. $\int \frac{(3x+4)dx}{x(x^2-1)}$

12. $\int \frac{dx}{x^3+x^2+x}$

13. $\int \sin x \cos(3x+2)dx$

14. $\int \cos^4 3x dx$

15. $\int \frac{\sin x dx}{4-\cos^2 x}$

16. $\int \mathrm{tg}^3(3x+5)dx$

17. $\int \frac{dx}{x^2(\sqrt{x}-3)}$

18. $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{4+x^2}}$

Вариант 18.

Найти следующие интегралы.

1. $\int (\frac{4}{x^5}-\sqrt[7]{7x+1})dx$

2. $\int 4^{3-x}dx$

3. $\int \frac{x^2 dx}{x^3+4}$

4. $\int \frac{dx}{x\ln x \ln\ln x}$

5. $\int \cos x\, 2^{\sin x} dx$

6. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{4-e^{2x}}}$

7. $\int x\sin(1-7x)dx$

8. $\int \frac{\ln x}{x^3}dx$

9. $\int \frac{xdx}{\sqrt{17-2x-x^2}}$

10. $\int \frac{(4x+1)dx}{x^2+10x+2}$

11. $\int \frac{(4x-2)dx}{x^2(x+3)}$

12. $\int \frac{5dx}{x^3+2x^2+4x}$

13. $\int \cos 12x \sin(2x+4)dx$

14. $\int \cos^2 3x \sin^2 x dx$

15. $\int \sin^5 x \cos^2 x dx$

16. $\int \mathrm{ctg}^3 2x dx$

17. $\int \frac{dx}{2\sqrt[4]{x}-\sqrt{x}}$

18. $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{(4-x^2)^3}}$

Вариант 19.

Найти следующие интегралы.

1. $\int (4\sqrt[4]{1-2x}+\frac{5}{\sqrt{x}})dx$

2. $\int \frac{dx}{\sin^2(5+2x)}$

3. $\int x\sqrt{x^2+5}dx$

4. $\int \frac{\sqrt[7]{\ln x}dx}{x}$

5. $\int \frac{\sin x dx}{\cos^7 x}$

6. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{e^{2x}-4}}$

7. $\int x\cos(5x+2)dx$

8. $\int \frac{\ln x dx}{\sqrt[3]{x}}$

9. $\int \frac{(4x-7)dx}{x^2+2x+5}$

10. $\int \frac{e^x dx}{e^{2x}+3e^x+4}$

11. $\int \frac{(3x+2)dx}{x(x^2-9)}$

12. $\int \frac{xdx}{x^3-8}$

13. $\int \cos 3x\cos(5x+1)dx$

14. $\int \cos^2 2x\sin^2 3xdx$

15. $\int \sin^3 x\cos^{13} xdx$

16. $\int \mathrm{tg}^3(\frac{x}{2}+3)dx$

17. $\int \frac{dx}{x(\sqrt[6]{x}+\sqrt{x})}$

18. $\int \frac{dx}{(x^2+1)\sqrt{4+x^2}}$

Вариант 20.

Найти следующие интегралы.

1. $\int (\frac{4}{\sqrt{x}}+\cos 5x)dx$

2. $\int 8^{3+2x}dx$

3. $\int \frac{x^4 dx}{x^{10}+2}$

4. $\int \frac{dx}{x\sqrt[3]{\ln x}}$

5. $\int \cos x e^{3\sin x}dx$

6. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\arcsin^2 x}$

7. $\int x^2 e^{5x}dx$

8. $\int \arcsin 2xdx$

9. $\int \frac{(5x-3)dx}{\sqrt{x^2-x}}$

10. $\int \frac{xdx}{x^4-8x^2+3}$

11. $\int \frac{(7x+1)dx}{(x^2-4)(x+1)}$

12. $\int \frac{dx}{(x-1)^2(x^2+1)}$

13. $\int \cos 2x\sin 5xdx$

14. $\int \sin^4(1-4x)dx$

15. $\int \frac{\cos^3 xdx}{\sin^2 x-3}$

16. $\int \mathrm{ctg}^4(2+3x)dx$

17. $\int \frac{\sqrt{x+1}dx}{(x+1)^2-\sqrt{x+1}}$

18. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-16}}$

Вариант 21.

Найти следующие интегралы.

1. $\int (\frac{1}{\cos^2 5x} - \frac{7}{\sqrt[3]{x}})dx$

2. $\int 4^{3-2x}dx$

3. $\int \frac{xdx}{5x^2-3}$

4. $\int \frac{\sqrt{\ln^5 x}dx}{x}$

5. $\int \frac{e^{\operatorname{tg} x}dx}{\cos^2 x}$

6. $\int \frac{dx}{(1+x^2)\operatorname{arctg}^2 x}$

7. $\int x\cos(\frac{x}{3}+2)dx$

8. $\int \operatorname{arctg} 7xdx$

9. $\int \frac{(3x+5)dx}{x^2+6x+4}$

10. $\int \frac{\ln xdx}{x(\ln^2 x - 4\ln x + 9)}$

11. $\int \frac{(2x^2-3)dx}{(x+2)^2(x-4)}$

12. $\int \frac{dx}{x^4+2x^2}$

13. $\int \sin 2x \sin(6x+4)dx$

14. $\int \sin^2 4x \cos^2 4xdx$

15. $\int \sin^3 x \cos^{13} xdx$

16. $\int \operatorname{tg}^4(1-2x)dx$

17. $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$

18. $\int \frac{\sqrt{(1-x^2)^3}dx}{x^2}$

Вариант 22.

Найти следующие интегралы.

1. $\int (\frac{1}{\sqrt[5]{(3x+1)^2}} + \frac{7}{x^6})dx$

2. $\int 2^{5-4x}dx$

3. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2-3}}$

4. $\int \frac{dx}{x\sqrt[3]{(\ln x-1)^2}}$

5. $\int \frac{e^{\operatorname{ctg} x}dx}{\sin^2 x}$

6. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\arcsin x}$

7. $\int x^2 \sin 2xdx$

8. $\int x^4 \ln xdx$

9. $\int \frac{7xdx}{x^2+5x+1}$

10. $\int \frac{\cos xdx}{\sin^2 x + 6\sin x + 9}$

11. $\int \frac{dx}{x(x-1)(x-2)}$

12. $\int \frac{(3x^2+1)dx}{(x+1)(x^2+5)}$

13. $\int \cos(2x+2)\sin(2x+4)dx$

14. $\int \cos^2 4x \sin^2 4xdx$

15. $\int \frac{\cos^3 xdx}{\sqrt{\sin x}}$

16. $\int \operatorname{ctg}^5 xdx$

17. $\int \frac{dx}{x(\sqrt{x}-\sqrt[3]{x})}$

18. $\int \frac{\sqrt{1+x^2}dx}{x^4}$

Вариант 23.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \left(\frac{5}{x^3} + \sqrt[3]{(4x+1)^2}\right)dx$

2. $\int 7^{3x-4}dx$

3. $\int x\sin(2x^2+1)dx$

4. $\int \frac{dx}{x\ln^5 x}$

5. $\int \cos x\sqrt[5]{\sin^3 x}dx$

6. $\int \frac{dx}{(1+x^2)\operatorname{arctg}x}$

7. $\int xe^{-3x}dx$

8. $\int \arcsin 5x\,dx$

9. $\int \frac{(2x+5)dx}{\sqrt{x^2-16x+2}}$

10. $\int \frac{e^x dx}{e^{2x}-4e^x+5}$

11. $\int \frac{(5x+1)dx}{(x^2-3x+2)x}$

12. $\int \frac{dx}{x^4-16}$

13. $\int \cos 3x\cos 5x\,dx$

14. $\int \sin^4(3x+1)dx$

15. $\int \sin^3 2x\cos^6 2x\,dx$

16. $\int \operatorname{tg}^5 x\,dx$

17. $\int \frac{(1-\sqrt[3]{x})dx}{x(\sqrt[6]{x}+\sqrt{x})}$

18. $\int \frac{x^3dx}{\sqrt{5-x^2}}$

Вариант 24.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \left(3x^3 + \frac{5}{\sqrt[4]{(3x+2)^3}}\right)dx$

2. $\int 3^{7x+1}dx$

3. $\int x\cos\frac{x^2}{2}dx$

4. $\int \frac{dx}{x\ln^2 x}$

5. $\int \frac{13^{\operatorname{tg}x}dx}{\cos^2 x}$

6. $\int \frac{(\sqrt{\arcsin x}-3x)dx}{\sqrt{1-x^2}}$

7. $\int x^2e^{-x}dx$

8. $\int \frac{\ln x\,dx}{x^{10}}$

9. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-10x}}$

10. $\int \frac{(\operatorname{tg}x-1)dx}{\cos^2 x(\operatorname{tg}^2 x-4\operatorname{tg}x+1)}$

11. $\int \frac{(4x+5)dx}{x(x^2-16)}$

12. $\int \frac{dx}{x^4+8x^2}$

13. $\int \sin 3x\sin 7x\,dx$

14. $\int \cos^4 x\sin^2 x\,dx$

15. $\int \cos^3 x\sin 4x\,dx$

16. $\int \operatorname{tg}^3(1+4x)dx$

17. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}(\sqrt{x}-2\sqrt[3]{x})}$

18. $\int x^2\sqrt{4-x^2}dx$

Вариант 25.

Найти следующие интегралы.

1. $\int (\frac{4}{x^5} + 7\sqrt{4x+5})dx$

2. $\int \frac{dx}{\cos^2(\frac{x}{3}+5)}$

3. $\int \frac{xdx}{x^4+4}$

4. $\int \frac{\ln^5 xdx}{x}$

5. $\int \frac{\sin xdx}{\sqrt{\cos x}}$

6. $\int \frac{\mathrm{arctg}^4 xdx}{1+x^2}$

7. $\int x^2 e^{5x} dx$

8. $\int \frac{\ln xdx}{\sqrt[4]{x}}$

9. $\int \frac{xdx}{x^2+8x+3}$

10. $\int \frac{xdx}{x^4-4x^2+3}$

11. $\int \frac{3xdx}{(x-5)^2(x+1)}$

12. $\int \frac{x^2dx}{x^3-27}$

13. $\int \sin 5x \sin(7x+2)dx$

14. $\int \cos^4 7xdx$

15. $\int \sin^3 x\sqrt{\cos x}dx$

16. $\int \mathrm{ctg}^4 xdx$

17. $\int \frac{dx}{4+\sqrt[3]{x+1}}$

18. $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{3-x^2}}$

Вариант 26.

Найти следующие интегралы.

1. $\int (\frac{3}{x-1} + \sqrt[6]{5x})dx$

2. $\int e^{4-x} dx$

3. $\int \frac{x^5dx}{\sqrt{x^6+4}}$

4. $\int \frac{dx}{x\sqrt{\ln^3 x}}$

5. $\int \frac{\cos xdx}{\sin^2 x+4}$

6. $\int e^x \cos(3+2e^x)dx$

7. $\int x\cos(4-5x)dx$

8. $\int \mathrm{arctg}\, 4xdx$

9. $\int \frac{xdx}{x^2-14x+1}$

10. $\int \frac{(2-x)dx}{\sqrt{x^2+6x}}$

11. $\int \frac{dx}{(x+1)(x+2)(x+3)}$

12. $\int \frac{dx}{x^4+5x^3+8x^2}$

13. $\int \cos(4x-3)\sin(2x+3)dx$

14. $\int \cos^2 2x \sin^2 2xdx$

15. $\int \frac{\sin^3 xdx}{\cos^4 x}$

16. $\int \mathrm{tg}^4 7dx$

17. $\int \frac{dx}{x(\sqrt[3]{x^2}-4)}$

18. $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2-4}}$

Вариант 27.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \left(\frac{4}{x+1} + \frac{5}{(3x-1)^2}\right)dx$

2. $\int \cos\left(\frac{x}{2}+3\right)dx$

3. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^3+3}}$

4. $\int \frac{dx}{x(\ln x - 3)^2}$

5. $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{\cos^2 x - 4}}$

6. $\int \frac{(3x + \arcsin^2 x)dx}{\sqrt{1-x^2}}$

7. $\int xe^{6x}dx$

8. $\int \operatorname{arctg}\frac{x}{2}dx$

9. $\int \frac{(3-x)dx}{x^2-4x+14}$

10. $\int \frac{(x-3)dx}{\sqrt{7+2x-x^2}}$

11. $\int \frac{(x^2+1)dx}{x(x^2-16)}$

12. $\int \frac{dx}{x^4+4x^3+5x^2}$

13. $\int \cos(2x+1)\cos(4x-1)dx$

14. $\int \cos^2 x \sin^2 2x dx$

15. $\int \frac{\cos^3 x dx}{\sin x}$

16. $\int \operatorname{ctg}^3(1-5x)dx$

17. $\int \frac{(2+\sqrt[3]{x})dx}{x(\sqrt[3]{x^2}+5)}$

18. $\int \frac{\sqrt{9-x^2}dx}{x^2}$

Вариант 28.

Найти следующие интегралы.

1. $\int \left(\frac{4}{x-2} + \sqrt[3]{(7x+1)^5}\right)dx$

2. $\int \sin(4x-5)dx$

3. $\int \frac{xdx}{\sqrt[5]{2x^2+1}}$

4. $\int \frac{\sqrt{\ln x - 7}dx}{x}$

5. $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{9-\sin^2 x}}$

6. $\int \frac{e^{\operatorname{tg} x}dx}{\cos^2 x}$

7. $\int x\sin(4x+3)dx$

8. $\int \sqrt[5]{x^3}\ln x dx$

9. $\int \frac{xdx}{x^2-12x+5}$

10. $\int \frac{dx}{\sqrt{5+2x-x^2}}$

11. $\int \frac{(3x^2+x)dx}{(x-3)^2(x+4)}$

12. $\int \frac{xdx}{x^3+8}$

13. $\int \cos 6x \sin 5x dx$

14. $\int \cos^2 2x \sin^2 x dx$

15. $\int \frac{\cos^3 x dx}{\sin^6 x}$

16. $\int \operatorname{ctg}^3(2x+1)dx$

17. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}+3}$

18. $\int \frac{dx}{\sqrt{(4-x^2)^3}}$

Вариант 29.

Найти следующие интегралы.

1. $\int (\frac{2}{x+3} + \sqrt[4]{(5x+1)^3})dx$

2. $\int \frac{dx}{\sin^2(5x-1)}$

3. $\int \frac{xdx}{(x^2+1)^3}$

4. $\int \frac{(\ln^3 x-1)dx}{x}$

5. $\int \frac{\sin x dx}{\cos^2 x+4}$

6. $\int \frac{\sqrt[3]{\arcsin x} dx}{\sqrt{1-x^2}}$

7. $\int x^3 e^{x^2} dx$

8. $\int x^3 \ln x dx$

9. $\int \frac{(6x-1)dx}{x^2+3x+1}$

10. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2-8x+4}}$

11. $\int \frac{(3x+5)dx}{(x-4)^2(x+4)}$

12. $\int \frac{dx}{x^3+1}$

13. $\int \sin 7x \sin 3x dx$

14. $\int \cos^4 5x dx$

15. $\int \frac{\sin^3 x dx}{\cos^4 x}$

16. $\int \mathrm{tg}^4 2x dx$

17. $\int \frac{dx}{x(\sqrt[6]{x}+\sqrt{x})}$

18. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$

Вариант 30.

Найти следующие интегралы.

1. $\int (\frac{2}{\sqrt{(5x-2)^3}} - \frac{3}{x+4})dx$

2. $\int \frac{dx}{\cos^2(3x+2)}$

3. $\int \frac{xdx}{(x^2+4)^2}$

4. $\int \frac{\ln^2 x dx}{x}$

5. $\int \sin x 3^{\cos x} dx$

6. $\int \frac{(3\mathrm{arctg} x-5x)dx}{1+x^2}$

7. $\int \sin x \cos x e^{\cos x} dx$

8. $\int \frac{\ln x dx}{x^2}$

9. $\int \frac{(9x+1)dx}{x^2+12x+13}$

10. $\int \frac{(x-2)dx}{\sqrt{x^2+6x+1}}$

11. $\int \frac{(4x-1)dx}{(x^2-4)x^2}$

12. $\int \frac{dx}{(x^2+1)(x+1)}$

13. $\int \cos 5x \cos 3x dx$

14. $\int \sin^4 3x dx$

15. $\int \sin^3 x \cos^3 x dx$

16. $\int \mathrm{tg}^3 5 dx$

17. $\int \frac{dx}{x(\sqrt{x}-\sqrt[3]{x})}$

18. $\int \frac{dx}{x^4\sqrt{x^2+3}}$

Вариант № 1.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$y=(x-2)^3, \quad y=4x-8.$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой

$r=3\sin 2\varphi$

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y=-x^2+5x-6, \quad y=0.$

4. Найти длину дуги кривой $y=2x^{\frac{3}{2}}$, отсеченной прямыми $x=0,\ x=11.$

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_a^{+\infty}\frac{dx}{x^2}, \quad (a>0).$$

Вариант № 2.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$y=|\lg x|, \quad y=0, \quad x=0{,}1, \quad x=10.$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой

$r=a(1+\cos 2\varphi)$

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y=3\sin x, \quad y=\sin x,\ 0\le x\le\pi.$

4. Вычислить площадь поверхности образованной вращением вокруг оси OX дуги кривой $y=\sqrt{x}$, отсеченной прямыми $x=\frac{5}{4},\ x=\frac{21}{4}.$

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_{-2}^{2}\frac{2x\,dx}{x^2-1}$$

Вариант № 3.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1, \quad x=2a$.

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми

$r=a\cos 2\varphi$ и $r=\dfrac{a}{2}$ (вне круга).

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y=\sin^2 x, \quad x=\dfrac{\pi}{2}, \quad y=0.$

4. Найти длину дуги кривой $x=\dfrac{2}{3}\sqrt{(y-1)^3}$, отсеченной прямыми $x=0,\ x=2\sqrt{3}$.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_0^{1/e}\frac{dx}{x\ln^2 x}.$$

Вариант № 4.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми

$(x+1)^2+y^2=4, \quad y=(x+1)^2$ и содержащей точку (-1;1).

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой

$r=a\sin(2\varphi+\dfrac{\pi}{4})$.

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y=xe^x, \quad y=0, \quad x=1.$

4. Найти длину дуги кривой $y=\sqrt{2x-x^2}$, отсеченной прямыми $x=\dfrac{1}{4},\ x=1.$

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_0^1\frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}$$

Вариант № 5.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями
$y = -x^2, \quad y = -1.$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $r = a\cos 3\varphi$ вне круга радиуса $r = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2, \quad y = -x + 2.$

4. Найти длину дуги кривой $y = -x^{\frac{2}{3}} - 1$, отсеченной прямыми
$x = 0,\ x = 5\sqrt{5}$.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)
$$\int_{2/\pi}^{+\infty} \frac{1}{x^2} \sin\frac{1}{x}\, dx.$$

Вариант № 6.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями
$y = x^2 e^x, \quad y + 1 = e^x, \quad x + 4 = 0, \quad x \le 0$.

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой
$r = 3\cos 2\varphi$

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $\frac{y}{b} = \left(\frac{x}{a}\right)^{2/3}, \quad y = 0,\ x = a \quad (x \ge 0,\ a > 0,\ b > 0).$

4. Вычислить площадь поверхности образованной вращением вокруг оси OY дуги кривой $y = \frac{x^2}{2p}$, отсеченной прямыми $x = 0,\ x = b\ (p > 0, b > 0)$.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)
$$\int_{0}^{+\infty} \sin x\, dx$$

Вариант № 7.

1. Найти площади фигур, ограниченных линиями

$$x^2 + y^2 = 8, \quad y = \frac{x^2}{2}.$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линией

$r = a\sin 4\varphi$.

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y = tgx^2, \quad x = \sqrt{\frac{\pi}{3}}, \quad y = 0.$

4. Найти длину дуги кривой $y = \ln(x^2 - 1)$, отсеченной прямыми $x = 2, x = 5.$

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + x - 2}.$$

Вариант № 8.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2, \quad y = \frac{x^3}{3}.$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой

$r = a(1 - \cos 2\varphi)$.

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y = 1 - x^2, \quad x = 0, \quad x = \sqrt{y - 2}, \quad x = 1.$

4. Найти длину дуги кривой $y = \frac{4}{5}x^{\frac{5}{4}}$, отсеченной прямыми $x = 0, x = 9.$

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_0^1 \ln x dx$$

Вариант № 9.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = \arccos x, \quad y = -\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2}.$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $r = a\sin 3\varphi$ вне круга радиуса $r = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y = 5\cos x, \quad y = \cos x, x = 0, x \geq 0.$

4. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX дуги кривой $y = x^3$, от точки с абсциссой $x = 0$ до точки с абсциссой $x = 1$.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_0^{+\infty} e^{-2x}\cos x dx.$$

Вариант № 10.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y^2 = x^3, \quad x = 1 + \sqrt{1 - y^2}.$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой

$$r = 2 - \cos 2\varphi$$

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $xy = k^2, \quad y = 0, x = a, x = b \quad (0 < a < b).$

4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX дуги кривой $y = e^{-x}$, отсеченной прямыми $x = 0, x = a$.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 6x + 11}$$

Вариант № 11.

1. Найти площади фигуры, ограниченной линиями
$y = |\ln x|, \quad y = 3, \quad x = 3.$
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями
$$r = 4\cos\varphi, \quad r = \frac{2}{\cos\varphi}.$$
3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 4x, \quad y = x.$
4. Найти длину дуги кривой $x^2 = 5y^3$, заключенной внутри окружности $x^2 + y^2 = 6.$
6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)
$$\int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3}.$$

Вариант № 12.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями
$y = (x+1)^2, \quad y^2 = x + 1.$
2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой
$r = a\sin 5\varphi.$
3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y = e^{x^2}, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = 1.$
4. Найти длину дуги кривой $y^2 = (x-1)^3$, отсеченной прямой $x = 3.$
6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)
$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{2x+1}}$$

Вариант № 13.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = e^x, \quad y = e^{3x}, \quad x = -1, \quad x = 3.$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $r = a\sin^3\varphi$.

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y = \sin x, \quad y = 0, x = \frac{\pi}{2}$.

4. Дуга кривой $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$, отсеченная прямой $x = 1$ вращается вокруг оси OX. Вычислить площадь поверхности вращения.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 8}.$$

Вариант № 14.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = arctgx, \quad y = \frac{\pi}{4}, \quad x = -1.$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой

$r = a\cos(3\varphi)$

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $x = \sqrt[3]{y-2}, \quad x = 0, x = 1, y = 1.$

4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OY дуги кривой $3x = 4\cos y$, между точками с ординатами $y = -\frac{\pi}{2}, y = 0$.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{x-1}}$$

Вариант № 15.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$x=\sqrt{y^2+2},\quad y^2+x-4=0.$$

2. Найти площадь большей из фигур, ограниченных линиями

$$r=4\cos\varphi,\quad r=\frac{3}{\cos\varphi}.$$

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной прямыми $y=|x-b|-a,\quad y=0\ (0<a<b).$

4. Вычислить площадь поверхности, которая получается при вращении дуги кривой $y^2=2(x-1)$, отсеченной прямыми $y=0$ и $y=1$, вокруг оси OY.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_0^{+\infty} e^{-3x}\sin 2x dx.$$

Вариант № 16.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y=e^x,\quad y-2=0,\quad y=\ln x,\quad x+y=1.$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$r=-6\sin\varphi,\quad \varphi=-\frac{\pi}{4},\quad \varphi=-\frac{3\pi}{4}$$

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y=2x-x^2,\quad y=-x+2,\ x=0.$

4. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX дуги кривой $y=\sin 2x$, между точками с абсциссами $x=0,\ x=\pi$.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$$

Вариант № 17.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями
$y=\sqrt{16-x^2}, \quad y-0{,}5x-2=0, \quad y=x+4$. Область содержит точку (0;3).
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линией
$r=3+2\cos\varphi$.
3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $2py=x^2, \quad y=|x| \ (p>0)$.
4. Дуга кривой $y^2=4+x$, отсеченная прямой $x=2$, вращается вокруг оси OX. Определить площадь поверхности вращения.
6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_0^1 \frac{\arcsin x dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Вариант № 18.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями
$y^2-x-1=0, \quad y-\sqrt{6}x=0, \quad x+y=0, \quad y\le 0$.
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями
$r=-4\cos\varphi, \quad \varphi=\frac{3\pi}{4}, \quad \varphi=\frac{5\pi}{4}$ вне круга радиуса $r=2$.
3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y=\cos x^2, \quad y=1, x=1$.
4. Найти длину дуги логарифмической спирали $r=e^{a\varphi}$, находящейся внутри окружности $r=1$.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_2^4 \frac{dx}{\sqrt{6x-x^2-8}}$$

Вариант № 19.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = 3 - \sqrt{9 - x^2}, \quad y = x^2, \quad y = x + 6, \quad y = -x + 6.$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$r = 5 - 3\sin\varphi.$

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y = e^x + 6, \quad y = e^{2x}, \quad x = 0.$

4. Дуга параболы $y^2 = 2(x-1),$ отсекаемая прямыми $y = 0,\ y = 1$, вращается вокруг оси OY. Найти площадь поверхности вращения.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_0^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{4 - x^2}}.$$

Вариант № 20.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -x^2 + 2x + 8, \quad y = -\sqrt{8 - x^2 + 2x}.$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линией

$r = 3 + 2\sin\varphi.$

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y = x^3, \quad y = \sqrt{x}.$

4. Кривая $y = a\cos\frac{\pi x}{2b}$, ограниченная прямыми $x = \pm b$, вращается вокруг оси OX. Определить площадь поверхности вращения.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_0^{\sqrt{2/\pi}} \frac{1}{x^3}\cos\frac{1}{x^2}\,dx.$$

Вариант № 21.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями
$y = 2x - x^2 + 3, \quad y = x^2 - 4x + 3.$
2. Найти площадь меньшей из фигур, ограниченных линиями
$r = 4\cos\varphi, \quad r = \dfrac{3}{\cos\varphi}$.
3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y = e^{1-x}, \quad y = 0{,}1, \;\; x = 1.$
4. Найти длину дуги полукубической параболы $y^2 = \dfrac{8}{27p}(x-p)^3$, находящейся внутри параболы $y^2 = 2px$.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)
$\int\limits_0^1 \dfrac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$

Вариант № 22.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями
$y^2 = x + 4, \quad y^2 = 4 - 2x.$
2. Найти площадь фигуры, ограниченной улиткой Паскаля
$r = 2 + \cos\varphi.$
3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y = e^{-2x} - 1, \quad y = e^{-x} + 1, \quad x = 0.$
4. Найти длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями
$x = 10\cos^3 t, \quad y = 10\sin^3 t, \quad 0 \le t \le \dfrac{\pi}{2}.$
6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)
$\int\limits_0^{1/e} \dfrac{dx}{x\ln^2 x}.$

Вариант № 23.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$x=(y-2)^3, \quad x=4y-8.$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой

$r^2=a^2\sin 4\varphi$.

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y=\dfrac{x^2}{2}+2x+2, \quad y=2.$

4. Найти длину дуги кривой $y=\ln\sin x$ между точками с абсциссами $x=\dfrac{\pi}{3}$ и $x=\dfrac{2\pi}{3}$.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_1^5 \frac{dx}{x\ln x}$$

Вариант № 24.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$y=-x^2, \quad y=-\dfrac{x^2}{3}, \quad y=x-6, \quad y-x-6=0$.

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой

$r^2=4\cos 4\varphi$.

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y=x^2+1, \quad y=x, \quad x=0, \quad x=1.$

4. Кривая $x=\sqrt{4-y^2}$ вращается вокруг оси OY. Вычислить площадь поверхности вращения.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_2^{+\infty} \frac{xdx}{\sqrt{(x^2+5)^3}}.$$

Вариант № 25.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$y^2 = x+3, \quad y = -\sqrt{2}x, \quad y = \sqrt{2}x, \quad y \geq 0.$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми

$x = \sqrt{16-y^2}, \quad x = 0, \quad y = \sqrt{4x - x^2}$, перейдя к полярным координатам.

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $2x - x^2 - y = 0, \quad 2x^2 - 4x + y = 0.$

4. Вычислить площадь поверхности, которая получается от вращения вокруг оси OX дуги параболы $y^2 = 4 + x$, отсеченной прямой $x = 2$.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{x-1}}$$

Вариант № 26.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = x^2 - 6x + 9, \quad y = x - 1.$

2. Вычислить, перейдя к полярным координатам, площадь фигуры, ограниченной линиями $x^2 + y^2 = 25,\ y = x,\ (x-2)^2 + y^2 = 4,\ y = 0$ (область содержит точку (4;1).

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y = \dfrac{\ln x}{x}, \quad x = 1, \quad x = e, \quad y = 0.$

4. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX дуги кривой $y = e^{-x/2}, \quad 0 \leq x < \infty.$

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_a^b \frac{dx}{\sqrt{(x-a)(b-x)}} \quad (a < b).$$

Вариант № 27.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$x=\sqrt{16-y^2},\quad y=-\sqrt{4x-x^2},\quad x=0,\quad y=-3.$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$r=atg\varphi,\quad \varphi=\frac{\pi}{3}.$$

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y=\arccos\left(\frac{x}{3}\right),\quad y=\arccos x,\quad y=0.$

4. Найти длину дуги спирали Архимеда $r=5\varphi$, находящейся внутри окружности $r=10\varphi$.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_0^{+\infty} xe^{-x}dx$$

Вариант № 28.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$x=\sqrt{16-y^2},\quad y^2=16-8x.$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$r=\frac{a}{\varphi},\quad \varphi=\frac{\pi}{2},\quad \varphi=\frac{3\pi}{2}.$$

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями $y=\arcsin\left(\frac{x}{5}\right),\quad y=\arcsin x,\quad y=\frac{\pi}{2}.$

4. Найти длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$x=8t^3,\quad y=3(2t^2-t^4),$ для значений $y\ge 0$.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}.$$

Вариант № 29.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями
$xy = 4, \quad x + y - 5 = 0$.
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$r = tg 2\varphi, \quad \varphi = \frac{\pi}{6}.$$

3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y = \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right), \quad y = x^2.$
4. Найти длину дуги кривой, заданной уравнениями в параметрической форме $x = 6 - 3t^2, \quad y = 4t^3$, для значений $x \geq 0$.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_{-1}^{1} \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}}$$

Вариант № 30.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями
$y = \sqrt{4 - x^2}, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = 1.$
2. Найти площадь фигуры, ограниченной окружностью $r = \sqrt{3}\sin\varphi$ и кардиоидой $r = 1 - \cos\varphi$.
3. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{2px}, \quad y = \frac{2}{\sqrt{p}}(x - p)^{3/2}.$

4. Найти длину дуги кардиоиды $r = 4\sin^2\frac{\varphi}{2}$, находящейся внутри окружности $r = 1$.

6. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 1}$$

Индивидуальное домашнее задание
по статистике
«Обработка статистических данных»

1. Составить интервальный ряд распределения частот.
2. Построить полигон и гистограмму относительных частот.
3. Найти эмпирическую функцию распределения выборки и построить ее график.
4. Вычислить числовые характеристики выборки:
   а) выборочную среднюю;
   б) выборочную дисперсию;
   в) выборочное среднее квадратическое отклонение.
5. Выдвинув гипотезу о виде распределении выборки, найти точечные оценки параметров распределения выборки.
6. Проверить выдвинутую гипотезу о виде распределении выборки критерием согласия Пирсона и критерием согласия Колмогорова при уровне значимости α=0,05.
7. Построить на одном чертеже с гистограммой относительных частот график теоретической плотности вероятностей.
8. Построить на одном чертеже графики эмпирической и теоретической функций распределения.
9. Найти интервальные оценки параметров распределения выборки при уровне значимости.
10. Сравнить эмпирическую и теоретическую вероятности попадания случайной величины в интервал [a–σ; a+σ], где a – точечная оценка математического ожидания генеральной совокупности, σ – точечная оценка среднего квадратического отклонения.
11. Сделать выводы.

ВАРИАНТ 11

66	72	54	59	78
75	56	68	56	74
77	64	62	71	64
55	76	39	78	62
59	58	51	59	62
65	59	67	74	63
65	67	64	67	59
71	52	61	56	84
90	57	67	60	62
50	70	69	74	61
51	68	55	68	85

ВАРИАНТ 12

66	57	45	57	65
62	55	78	66	64
66	62	62	63	75
59	65	52	58	68
66	71	53	52	50
64	64	68	69	58
66	53	70	71	75
80	66	59	64	70
65	69	79	73	56
62	72	71	66	74
74	79	76	63	67
77	61	54	76	56

ВАРИАНТ 13

78	56	53	63	63
43	65	75	62	59
68	63	51	57	52
63	75	73	55	70
71	51	62	73	71
75	71	77	68	67
64	64	60	72	55
75	66	76	68	66
51	71	72	67	69
84	56	74	41	78
78	62	64	53	68
67	66	75	65	62
67	63	66	53	68
54	69	77	63	73

ВАРИАНТ 21

51	54	48	64	56
54	57	54	67	48
46	66	50	64	51
48	54	61	60	54
46	68	57	52	49
64	61	57	64	60
63	44	55	55	50
54	69	70	60	46
54	55	65	54	57
48	56	54	59	48
55	52	68	39	57

ВАРИАНТ 22

60	63	55	64	50
46	52	61	62	43
58	68	42	51	54
52	44	51	57	56
54	67	55	60	54
56	73	54	57	59
48	54	64	64	60
55	51	47	64	65
54	60	56	49	43
60	58	44	56	74
60	56	63	60	63
55	36	60	52	55
51	59	67	53	53

ВАРИАНТ 23

58	59	56	56	51
44	48	59	68	51
61	54	61	45	51
56	50	60	68	57
50	50	59	57	53
53	57	63	49	47
48	58	50	54	51
52	53	56	52	52
64	65	51	52	60
55	51	51	46	51
62	65	51	65	52
62	53	52	47	60
52	50	39	66	51
46	53	58	55	67
48	60	54	47	54

ВАРИАНТ 31

45	41	48	43	43
44	46	43	43	39
49	49	34	50	41
56	41	42	38	45
47	44	43	47	44
46	42	43	40	50
45	45	43	41	36
43	42	36	37	36
40	41	44	48	46
49	39	38	38	49
45	45	47	35	50

ВАРИАНТ 32

45	43	42	39	49
37	36	45	49	35
46	44	48	40	45
36	39	44	42	34
39	45	41	44	35
40	39	33	36	47
36	51	43	43	41
36	48	33	51	35
42	40	37	50	48
39	39	40	40	44
35	46	44	42	41
45	42	38	42	38

ВАРИАНТ 33

39	46	42	54	42
48	42	51	42	48
48	37	38	40	41
54	36	45	43	41
50	38	41	44	36
49	45	36	44	49
44	43	45	37	41
39	32	49	50	40
45	50	40	43	38
48	37	42	42	42
43	41	42	36	51
41	46	44	32	42
38	37	45	48	49
39	49	47	39	44

ВАРИАНТ 41

87	89	88	88	92
90	86	86	98	89
82	96	87	87	91
83	83	81	90	83
98	96	80	86	91
83	89	71	82	79
73	92	84	78	89
90	82	86	92	83
88	94	73	90	85
96	84	86	80	89
87	89	84	84	80

ВАРИАНТ 42

89	96	79	79	89
93	87	83	97	85
82	91	71	85	86
96	80	86	85	91
98	84	88	94	82
89	78	93	99	85
107	84	77	93	81
79	92	99	82	90
92	89	86	75	90
86	88	80	83	79
86	90	70	85	95
92	84	85	81	91
81	86	87	93	98

ВАРИАНТ 43

90	102	94	90	90
89	96	86	99	93
79	97	95	92	73
94	84	84	75	91
83	84	77	92	86
81	90	91	77	83
87	76	80	93	72
87	87	96	102	80
100	85	86	85	67
102	93	83	81	87
97	99	96	85	90
105	94	82	82	86
81	85	87	90	76
88	102	79	95	87

ВАРИАНТ 51

37	32	53	37	33
36	36	39	47	29
37	45	46	45	32
38	38	50	36	26
39	39	41	44	40
39	35	39	34	38
26	45	38	36	46
40	48	44	40	37
40	28	39	49	30
50	49	35	30	40
43	42	38	39	33

ВАРИАНТ 52

37	45	38	39	36
39	34	37	34	41
49	31	34	29	40
43	38	32	40	51
35	32	41	42	37
55	40	30	27	33
31	30	36	40	43
41	37	40	36	37
42	40	38	34	39
26	32	30	38	37
36	30	34	37	35
31	35	41	48	37
47	38	41	35	25

ВАРИАНТ 53

47	39	40	32	39
43	31	35	33	28
38	37	41	29	46
24	42	34	35	40
30	37	35	41	41
40	36	45	35	39
30	44	29	44	42
47	41	40	45	37
46	36	41	40	33
39	36	49	35	35
46	41	42	40	48
30	32	37	47	26
44	36	41	35	39
32	39	41	46	36

ВАРИАНТ 61

20	27	29	29	27
26	24	31	31	28
28	20	24	28	25
30	22	30	26	29
33	31	22	35	23
27	28	28	21	30
28	25	31	26	23
31	28	28	26	25
19	26	23	21	34
30	27	31	27	26
23	23	28	31	30

ВАРИАНТ 62

24	27	32	29	27
29	28	23	22	24
27	25	30	28	26
28	22	24	29	32
26	31	24	27	26
23	16	30	19	28
25	23	22	22	23
24	24	28	28	22
24	30	24	33	19
23	23	19	31	23
26	22	18	32	28
28	31	27	25	28

ВАРИАНТ 63

24	28	23	32	24
27	31	25	25	25
24	26	28	29	29
27	18	28	33	32
21	25	35	28	28
26	28	16	23	20
26	33	27	26	26
26	28	19	21	29
25	24	23	28	28
22	20	23	29	22
21	27	33	27	27
25	30	23	32	26
22	26	26	28	32
25	25	28	20	27

ВАРИАНТ 71

92	67	63	68	75
85	79	68	70	83
68	83	71	82	69
78	70	81	71	74
73	71	74	78	81
80	68	71	68	71
71	67	76	75	67
74	65	70	82	77
63	72	83	77	68
83	63	73	81	77
59	82	87	68	67

ВАРИАНТ 72

75	67	71	74	81
63	77	72	72	75
79	68	73	76	77
74	87	74	65	62
74	62	75	70	71
61	73	69	72	67
66	81	82	68	78
64	63	71	81	78
77	70	76	68	67
80	66	57	87	74
82	76	78	68	83
68	69	73	71	73

ВАРИАНТ 73

72	65	80	70	76
78	69	52	67	69
78	70	65	80	76
69	72	74	72	76
71	75	78	89	63
78	75	79	74	73
71	71	81	78	79
86	81	76	61	79
74	72	70	71	72
66	82	93	75	75
78	64	64	65	61
72	72	72	68	73
79	79	73	61	64
61	69	70	67	74

ВАРИАНТ 81

104	98	101	96	95
100	85	78	85	104
89	86	85	93	98
91	91	96	89	100
87	105	100	87	102
99	99	91	93	98
96	99	92	98	103
90	97	74	105	88
95	91	100	86	93
95	91	89	94	84
99	86	96	96	92

ВАРИАНТ 82

93	106	89	86	95
88	93	92	87	94
87	89	98	98	94
107	114	105	94	86
113	90	87	96	106
86	96	95	87	101
83	102	106	91	98
90	100	92	97	97
80	86	89	105	91
90	81	74	96	93
94	94	104	99	100
100	89	95	98	97

ВАРИАНТ 83

88	93	88	92	81
100	96	93	99	98
93	85	91	87	93
101	103	88	93	93
88	90	94	92	96
101	102	99	88	101
94	97	80	80	97
96	86	98	98	92
99	79	94	93	96
99	89	103	92	83
94	98	97	98	102
98	86	95	86	92
93	81	100	96	99
88	88	86	91	91

ВАРИАНТ 91

45	55	59	61	45
48	59	67	67	36
28	65	52	69	38
49	65	57	41	46
42	71	70	39	37
53	90	54	38	30
39	50	68	44	40
46	72	62	39	52
50	56	39	35	64
66	64	51	38	55
75	76	67	37	60
77	58	64	47	54

ВАРИАНТ 92

32	59	55	78	37
40	66	62	38	48
30	64	65	37	35
37	66	71	34	36
40	80	64	32	41
32	65	53	41	60
30	62	66	30	67
35	74	69	36	64
38	77	72	40	62
66	54	79	38	51
62	76	61	30	57
66	57	67	34	37

ВАРИАНТ 93

42	63	65	53	41
37	71	63	75	45
36	75	75	36	40
44	64	51	39	35
41	75	71	40	40
36	51	64	35	47
36	84	66	41	56
41	78	71	34	68
32	67	56	35	56
78	67	62	45	63
43	54	66	29	40

ВАРИАНТ 101

26	16	21	19	10
15	21	23	21	22
13	21	22	21	26
20	21	21	25	23
14	19	18	24	23
18	19	19	11	16
22	20	21	21	14
17	20	22	18	21
16	18	20	17	24
16	17	18	19	23
23	20	18	17	16
16	20	19	20	21
15	16	22	16	21
21	22	26	25	16

ВАРИАНТ 102

17	20	23	19	20
17	25	22	20	16
18	21	22	16	12
17	13	15	19	16
20	14	18	14	14
18	27	24	20	18
18	21	19	25	16
23	19	18	16	17
20	16	17	22	22
26	16	20	19	22
14	13	21	15	18
19	15	19	21	13

ВАРИАНТ 103

21	15	20	19	19
10	17	20	17	18
18	18	10	18	19
14	18	15	16	25
16	16	16	20	19
17	18	22	16	17
18	18	23	17	23
20	15	16	19	24
23	19	18	17	14
17	18	19	19	23
17	14	20	16	15

Вариант 1

1. При изготовлении детали заготовка должна пройти 3 операции. Предполагается, что появление брака при отдельных операциях – события независимые, причем вероятность брака на первой операции равна 0,03 , на второй – 0,01 , на третьей – 0,02 . Составить закон распределения числа стандартных деталей из четырех готовых деталей. Написать функцию распределения и построить ее график.
2. На заводе 30% изделий – это продукция высшего сорта. Лаборатория закупила партию из 6 изделий этого завода. Чему равна вероятность того, что 4 из них – высшего сорта?

3. При контролируемом производственном процессе доля брака не превышает 0,02. При обнаружении в партии из 450 изделий более пяти бракованных вся партия задерживается. Найти вероятность того, что партия будет принята.

4. Вероятность изготовления стандартной детали на автомате равна 0,95. Изготовлена партия в 200 деталей. Определить наиболее вероятное число нестандартных деталей в этой партии и найти вероятность этого количества нестандартных деталей. Указать, какое распределение имеет число нестандартных деталей, найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

5. Дана функция распределения случайной величины *X*:

$$F(x) = \begin{cases} 0, x \le 0 \\ \dfrac{x^2}{121}, 0 < x \le 11 \\ 1, x > 11 \end{cases}$$

Найти: 1) функцию плотности распределения случайной величины *X*;

2) математическое ожидание; 3) дисперсию; 4) медиану; 5) $P\{8 < X < 14\}$.

6. Найти функцию распределения случайной величины *X*, если задана плотность распределения случайной величины *X*:

$$f(x) = \frac{1}{a}(1 - \frac{|x|}{a}), x \in [-a, a].$$

7. Считается, что отклонение длины изготавливаемых стержней от стандарта является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Если стандартная длина равна 40 см, среднее квадратическое отклонение равно 0,4 см, то какую точность длины стержня можно гарантировать с вероятностью 0,8.
8. По данным проверки качества выпускаемых запчастей определенного вида брак составляет 15%. Определить вероятность того, что в партии из 450 запчастей пригодных будет не менее 300.

Вариант 2

1. Обрыв связи произошел на одном из пяти звеньев телефонного кабеля. Мастер последовательно проверяет звенья цепи, пока не обнаружит места обрыва. Составить закон распределения числа проверенных мастером звеньев, если вероятность обрыва связи одинакова для всех звеньев. Написать функцию распределения этой случайной величины и построить её график.
2. Вероятность выигрыша по облигации займа за все время его действия, равна 0.25. Найти вероятность того, что купив 8 облигаций, вы выиграете по 6 из них.
3. Вероятность того, что в некотором автопарке одна машина потерпит аварию в течение месяца, равна 0.001. В автопарке имеется 300 автомашин. Найти вероятность того, что в течение месяца потерпят аварию не более трех из них.
4 .Доля изделий высшего сорта на данном предприятии составляет 31%. Чему равно наивероятнейшее число изделий высшего сорта в случае отобранной партии из 75 изделий? Какому закону подчиняется случайное число изделий высшего сорта? Вычислить математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.
5. Дана функция распределения случайной величины *X*:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<0\\ \dfrac{x}{a}\left(2-\dfrac{x}{a}\right) & ,x\in[0,a]\\ 1 & ,x>a\end{cases}.$$

Найти функцию плотности распределения вероятностей случайной величины X и вычислить:

1) математическое ожидание, 2) дисперсию, 3) $P\left\{\frac{a}{2}<X<2a\right\}$, 4) медиану.

6. Дана плотность распределения случайной величины *X*:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin x}{3} & ,x\in[0,\pi/2]\\ \dfrac{2}{3\pi} & ,x\in(\pi/2,3\pi/2]\\ 0 & ,x\notin[0,3\pi/2]\end{cases}.$$

Восстановить функцию распределения вероятностей этой случайной величины.
7. Будем считать, что рост женщин является случайной величиной *X*, распределенной по нормальному закону с параметрами $\boldsymbol{M}X$= 164 см, $\boldsymbol{\sigma}(X)$= 5.5 см. Найти вероятность того, что ни одна из пяти наудачу выбранных женщин не имеет рост более 160 см.
8. По многолетним данным в некотором институте было установлено, что весеннюю сессию успешно и в срок сдают 80% студентов. Какова вероятность того, что в ближайшую весеннюю сессию из случайно выбранной группы студентов в количестве 300 человек сессию успешно сдадут не менее 220 человек?

Вариант 3

1. Рассмотрим модель блуждания некоторой частицы под воздействием случайных сил. Пусть частица выходит из нуля и через единицу времени делает шаг на единицу вверх или вниз, с вероятностью $2/3$ и $1/3$ соответственно. Найти закон распределения ординаты *Y*, определяющей положение частицы после 3 шагов. Построить график функции распределения.
2. В некоторой области вероятность рождения мальчика равна 0.515. Найти вероятность того, что среди 10 новорожденных будет ровно 4 девочки.
3. С завода на базу отправлено 4000 изделий. Вероятность того, что одно изделие повредится в пути, равна 0.0005. Найти вероятность того, что на базе окажется от трех до пяти испорченных изделий.
4. Вероятность появления брака при изготовлении линейки равна 0.035. Пусть *X* – число бракованных линеек в партии из 500 штук. Указать тип распределения случайной величины *X*, ее математическое ожидание, найти наивероятнейшее число бракованных линеек.
5. Дана функция распределения случайной величины *X*:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<2\\ \dfrac{x}{2}-1 & ,2\le x\le 4.\\ 1 & ,x>4\end{cases}$$

Определить: 1) функцию плотности распределения вероятностей, 2) математическое ожидание, 3) дисперсию, 4) $P\{2<X<3\}$, 5) медиану.
6. Дана функция плотности распределения вероятностей случайной величины *X*:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{6} & ,x\in[-2,-1]\\ \dfrac{(x+1)^2}{2} & ,x\in[-1,0]\\ \dfrac{1-x}{2} & ,x\in[0,1]\\ \dfrac{1}{12} & ,x\in[1,6]\\ 0 & ,x\notin[-2,6]\end{cases}.$$

Найти функцию распределения этой случайной величины.
7. Расстояние между населенными пунктами, полученное в результате измерений, имеет нормальное распределение со средним 16 км и средним квадратическим отклонением 100 м. Найти вероятность того, что расстояние между населенными пунктами не менее 15.75 км и не более 16.3 км.
8. При длительном хранении вышло из строя 36% деталей. Найти вероятность того, что из выбранных 400 деталей годных не менее 150.

Вариант 4

1. В ячейке ЭВМ записано 10-разрядное двоичное число. Каждый знак этого числа, независимо от остальных, принимает с равной вероятностью два значения: "0"или "1". Случайная величина X - число знаков "1" в записи двоичного числа. Составить закон распределения случайной величины X, и найти $P\{X > 3\}$. Написать функцию распределения и построить ее график.
2. В урне 10 белых и 5 черных шаров. Чему равна вероятность того, что при вынимании наудачу с возвращением 14 шаров не менее 8 из них будут белого цвета?
3. Районная электростанция обеспечивает сеть с 10 000 лампами, вероятность включения каждой из которых вечером равна 0.6 %. Определить вероятность того, что одновременно будет включено в вечернее время ровно половина из них?
4. Брак при изготовлении штампованных деталей составляет 5 %. Сколько нужно взять деталей, чтобы наиболее вероятное число годных деталей равнялось 10? Какому распределению подчиняется случайная величина X, равная числу годных деталей, и чему равно ее математическое ожидание и дисперсия?
5. Дана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ \sin 2x & , 0 \le x \le \pi/4 \\ 1 & , x > \pi/4 \end{cases}.$$

Определить:
1) функцию плотности распределения этой случайной величины, 2) математическое ожидание, 3) дисперсию, 4) медиану, 5) $P\{X > \pi/8\}$.
6. Плотность распределения вероятностей случайной величины X имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} - \frac{x^2}{16} & , x \in [0,2] \\ \frac{1}{3} & , x \in [3,5] \\ 0 & , x \notin [0,2] \cup [3,5] \end{cases}.$$

Найти функцию распределения вероятностей этой случайной величины.

7. Ошибки измерения распределены нормально, причем математическое ожидание равно нулю, а среднее квадратичное отклонение равно 20 мм. Найти вероятность того, что из двух независимых измерений хотя бы в одном ошибка по модулю будет не больше 10мм.
8. Изоляция провода может быть равновероятно пробита в любой точке**.** Найти вероятность того, что из 450 проводов изоляция пробита на первой трети длины менее чем у 140.

Вариант 5

1. По цифровому каналу связи передаются две цифры 0 и 1. Помехи в канале связи приводят к тому, что 1 может с вероятностью 0.2 перейти в 0, а 0 с вероятностью 0.1 перейти в 1. Вероятности появления на входе канала 0 и 1 равны $1/2$. Пусть X - полученная цифра. Найти распределение случайной величины X. Построить график функции распределения.
2. Всхожесть семян пшеницы составляет 90%. Найти вероятность того, что из 7 посеянных семян взойдет не менее 5.
3. На факультете учится 1000 студентов. Вероятность попадания дня рождения студента на определенный день года $1/365$. Определить вероятность того, что ровно у трех студентов дни рождения совпадают.
4. Два друга купили лотерейные билеты. Один – 10, а другой 15. Определить наиболее вероятное число билетов, по которым может выиграть каждый из них, если вероятность выигрыша билета - $1/4$. Найти математическое ожидание и дисперсию числа выигрышных билетов для первого.

5. Дана функция распределения случайной величины X:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & ,x<0 \\ x & ,0\le x\le \dfrac{1}{4} \\ 2x-\dfrac{1}{4} & ,\dfrac{1}{4}<x\le \dfrac{5}{8} \\ 1 & ,x>\dfrac{5}{8} \end{cases}.$$

Найти: 1) функцию плотности распределения вероятностей случайной величины X**,**

2) математическое ожидание, 3)дисперсию, 4)медиану, 5) $P\left\{\dfrac{1}{8}<X<1\right\}$.

6. Найти функцию распределения случайной величины X, если дана плотность распределения вероятностей этой случайной величины:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{a+x}{a^2} & ,x\in(-a,0) \\ \dfrac{a-x}{a^2} & ,x\in(0,a) \\ 0 & ,x\notin(-a,0)\cup(0,a) \end{cases}.$$

7. Случайные ошибки наблюдения имеют нормальное распределение, причем систематические ошибки отсутствуют, а среднее квадратическое отклонение равно 20 мм. Найти вероятность того, что из трех независимых измерений хотя бы одно имеет ошибку более 5 мм.
8. Среди металлических клемм 95% стандартных. Определить вероятность того, что среди 1200 клемм не более 50 нестандартных.

Вариант 6

1. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов, вероятности безотказной работы которых за время T соответственно равны: 0.7; 0.8;0.9. Составить закон распределения случайной величины *X* = {число элементов, исправно проработавших в течение времени T}. Написать функцию распределения и построить её график.
2. В магазин вошли 12 покупателей.. Найти вероятность того, что 4 из них что-нибудь купят, если вероятность совершить покупку для каждого из вошедших одна и та же и равна 0.2.
3. Торговая база получила 10 000 электрических лампочек. Вероятность повреждений электролампочек в пути равна 0.0001. Определить вероятность того, что в пути будет повреждено четыре электролампочки.
4. Чему равна вероятность наступления события *A* в каждом испытании, если наивероятнейшее число наступления события *A* в отдельном испытаний составляет 15, а всего было произведено 20 испытаний? Найти математическое ожидание и дисперсию числа наступлений события *A*.
5. Дана функция распределения случайной величины *X*:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<1\\ a\left(x^2-2x+1\right) & ,1\le x\le 2\\ 1 & ,x>2\end{cases}.$$

Определить: 1) параметр *a*, 2) функцию плотности распределения вероятностей; 3) математическое ожидание,

4) дисперсию, 5) $P\left\{\frac{1}{2}<X<3\right\}$, 6) медиану.

6. Дана функция плотности распределения вероятностей случайной величины *X*:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{3}{16} & ,-5\le x\le -3\\ \frac{1}{2}-\frac{x}{4} & ,0\le x\le 2\\ \frac{3}{x^4} & ,x>2\\ 0 & ,x\notin[-5,-3]\cup[0,\infty)\end{cases}.$$

Найти функцию распределения этой случайной величины.
7. Случайная величина X подчинена нормальному закону с математическим ожиданием m и средним квадратическим отклонением σ. Вычислить, с точностью до 0,01 вероятности попадания значений случайной величины X на участки (m+σ,m+2σ) и (m+2σ,m+3σ).
8. Подлежит исследованию 400 проб руды. Вероятность промышленного содержания металла в каждой пробе для всех, проб одинакова и равна 0.8. Найти вероятность того, что число проб с промышленным содержанием металла будет заключено между 290 и 350 .

Вариант 7

1. С первого автомата поступают на сборку 60%, а со второго 40% одних и тех же деталей. На первом автомате брак составляет 1%, а на втором 6%, Составить закон распределения числа бракованных деталей из трех взятых наудачу для контроля. Написать функцию распределения и построить её график.
2. В отделении связи у окошка с надписью "Выдача корреспонденции до востребования" стоит очередь из 6 человек, для каждого из них вероятность получения письма равна 0.3. Найти вероятность того, что только трое из стоящих в очереди получат письма?
3. Радиоаппаратура состоит из 1000 элементов. Вероятность отказа каждого элемента в течение суток равна 0,001 и не зависит от состояния других элементов. Найти вероятность отказа не менее двух за сутки.
4. В институте обучается 1000 студентов. Пусть вероятность того, что день рождения студента приходится на определенный день в году, равна $1/365$. Определить наивероятнейшее число студентов родившихся 1 января.

5. Дана функция распределения случайной величины *X*:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<2\\ (x-2)^2 & ,2\le x\le 3\\ 1 & ,x>3\end{cases}.$$

Найти: 1) функцию плотности распределения случайной величины X;
2) математическое ожидание; 3) дисперсию, 4) медиану.
6. Пусть известна функция плотности распределения вероятностей случайной величины *X*:

$$f(x)=\begin{cases}1/4 & ,x\in[-4,-2]\\ 2/x^2 & ,x\ge 4\\ 0 & ,x\notin[-4,-2]\cup[4,\infty)\end{cases}.$$

Написать выражение функции распределения вероятностей этой случайной величины.
7. Отклонение длины изготавливаемых деталей от стандарта является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Если стандартная длина равна 40 см, а среднее квадратическое отклонение равно 40 мм, то какую тогда точность длины детали можно гарантировать с вероятностью 0.8?
8. На партии сухих батареек стерлось обозначение полярности. Какова вероятность того, что из 1600 штук, поставленных в схему, от 320 до 850 будут поставлены правильно?

Вариант 8

1. Производятся последовательные независимые испытания пяти приборов на надежность. Каждый следующий прибор испытывается только в том случае, если предыдущий оказался, надежным. Составить закон распределения случайного числа испытанных приборов, если вероятность выдержать для каждого из них равна 0.9. Написать функцию распределения и построить её график.
2. Из последовательности чисел 1,2,...,99 отмечают наугад, десять, причем каждый раз выборка производится из полного набора чисел. Чему равна вероятность того, что среди отмеченных чисел не более двух окажутся числами, кратными 7?
3. Магазин получил 1000 бутылок минеральной воды. Вероятность, того, что при перевозке бутылка окажется разбитой, равна 0.003. Найти вероятность того, что магазин получит хотя бы одну разбитую бутылку.
4. Произведено 35 независимых испытаний, причем установлено, что наивероятнейшее число появлений события *A* в этих испытаниях оказалось равным 20. Какова вероятность наступления события? Указать тип распределения случайной величины:

X={число появлений события A} и найти MX и DX

5. Дана функция распределения случайной величины X:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<0\\ \frac{1}{2}(1-\cos x) & ,0\le x\le\pi\\ 1 & ,x>\pi\end{cases}.$$

Найти: 1) Функцию плотности распределения вероятностей случайной величины;

2) математическое ожидание; 3)дисперсию; 4) $P\{X<\pi/2\}$; 5) медиану.

6. Плотность распределения вероятностей случайной величины X равна

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x}{2}+\frac{1}{2} & ,x\in[-1,0]\\ \frac{3}{x^2} & ,x\ge 4\\ 0 & ,x\notin[-1,0]\cup[4,\infty)\end{cases}.$$

Найти функцию распределения вероятностей этой случайной величины.
7. Цех занимается нарезкой труб определённой длины. Отклонение длины трубы от запланированной, равной 2м, является случайной величиной с нормальным законом распределения, причем σ=0.4м. Какова будет гарантированная точность длины трубы, при принятой надежности 0.85?
8. Вероятность изготовления стандартных изделий автоматом равна 0.6. Из 1000 изделий этого автомата произведена бесповторная выборка объемом в 300 деталей. Определить вероятность того, что в этой выборке будет от 200 до 225 стандартных изделий.

Вариант 9

1. Среди поступивших в ремонт семи часов пять нуждаются в общей чистке. Часы не отсортированы. Мастер по очереди осматривает часы и, найдя нуждающиеся в общей чистке, останавливает поиск. Найти закон распределения числа просмотренных мастером часов. Написать функцию распределения и построить ее график.
2. В цехе работает 14 станков, причем вероятность остановки каждого из них в течение часа равна 0.8. Какова вероятность того, что в течение этого времени остановится не менее трех станков?
3. В некотором населенном пункте проживает 10 000 взрослых человек. Предполагается известным, что вероятность того, что житель данного пункта выскажется в поддержку некоторого мероприятия, равна 0.02. Корреспондент областной газеты выбрал случайным образом 100 человек для выяснения общественного мнения об этом мероприятии. Какова вероятность того, что из 100 опрошенных корреспондентом человек в пользу данного мероприятия высказалось не более трех человек?
4. По данным многолетних наблюдений установлено, что в сентябре число ненастных дней для данной местности в среднем равно 10. Определить наивероятнейшее число ясных дней в первой половине сентября. Найти математическое ожидание и дисперсию числа ясных дней в первой половине сентября.
5. Дана функция распределения вероятностей случайной величины *X*:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<-3\\ \dfrac{c(x+3)}{6} & ,x\in[-3,3]\\ c & ,x>3\end{cases}.$$

Найти: 1) параметр *c*, 2) функцию плотности распределения вероятностей случайной величины *X*; 3) математическое ожидание, 4) дисперсию, 5) медиану, 6) $P\{1<X<3\}$.
6. Плотность распределения вероятностей случайной величины *X* равна:

$$f(x)=\begin{cases}2-x & ,x\in[1,2]\\ \dfrac{25}{x^3} & ,x\geq 5\\ 0 & ,x\notin[1,2]\cup[5,\infty)\end{cases}.$$

Найти функцию распределения вероятностей этой случайной величины.
7. Изделие считается высшего качества, если отклонение его размеров от номинала не превосходит по абсолютной величине 3.45 мм. Случайные отклонения размера изделия от номинала имеют нормальное распределение со средним квадратическим отклонением 3 мм. Предполагая отсутствий систематических отклонений, определить среднее число изделий высшего качества среди четырех изготовленных.
8.Найти вероятность того, что в партии из 800 изделий число изделий высшего сорта заключено между 350 и 700, если вероятность того, что отдельное изделие будет высшего сорта, равна 0.42.

Вариант 10

1. После ответа студента по вопросам экзаменационного билета преподаватель задает студенту не более трех дополнительных вопросов. Экзаменатор прекращает задавать вопросы, как только студент не сможет ответить на очередной вопрос. Вероятность того, что студент ответит на любой дополнительный вопрос, равна 0.7. Составить закон распределения числа заданных дополнительных вопросов. Написать функцию распределения и построить её график.
2. Что вероятнее выиграть у равносильного противника три партии из четырех или пять из восьми? (Ничья исключается).
3. Радиостанция ведет автоматическую передачу цифрового текста в течение
10 мкс. Работа её происходит при наличии хаотической импульсной помехи, среднее число импульсов которой в одну секунду составляет 10000 . Для срыва передачи достаточно попадания двух импульсов в период работы станции. Вычислить вероятность срыва передачи.
4. Сколько нужно взять единиц товара, чтобы наивероятнейшее число изделий первого сорта было равно 450, если вероятность появления изделия первого сорта равна 2/3? Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины

$X = \{$число изделий первого сорта$\}$.

5. Дана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ 1 - e^{2x} & , x \geq 0 \end{cases}$$

Найти: 1) функцию плотности распределения случайной величины X;
2) математическое ожидание; 3) дисперсию, 4) медиану.
6. Пусть известна функция плотности распределения вероятностей случайной величины X:

$$f(x) = \begin{cases} 1/3 & , x \in [0,1] \\ 2/x^2 & , x \geq 3 \\ 0 & , x \notin [0,1] \cup [3, \infty) \end{cases}.$$

Написать выражение функции распределения вероятностей этой случайной величины.
7. Ошибки операторов во время дежурства имеют нормальные распределения с параметрами (4м, 15м) для первого оператора и (3м ,10 м) для второго. Была допущена ошибка в 23м. Какого оператора вероятнее подозревать в ее совершении?
8. Известно, что 3/5 всего числа изготовленных заводом телефонных аппаратов выпускается первый сортом. Изготовленные аппараты расположены один возле другого случайным образом. Приёмщик берет первые, попавшие 200 штук. Чему равна вероятность того, что среди них аппаратов первого сорта окажется от 120 до 150 штук?

Вариант 11

1. Деталь последовательно обрабатывается двумя рабочими независимо друг от друга. Вероятность появления брака для каждого рабочего равна 0.1. Составить закон распределения числа деталей без брака из отобранных пяти деталей. Написать функцию распределения и построить ее график.
2. В мастерской имеется 12 двигателей. Вероятность того, что двигатель работает с полной нагрузкой, равна 0.8. Найти вероятность того, что не менее 10 двигателей работают с полной нагрузкой.
3. Среди семян риса 0.4% семян сорняков. Какова вероятность того, что среди 1000 семян не менее 5 семян сорняков.
4. Определить наиболее вероятное число покупок сделанных в магазине покупателями, если в магазин вошло 50 покупателей, а вероятность того, что покупатель сделает покупку, равна $2/5$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайного числа покупок.
5. Дана функция распределения вероятностей случайной величины *X*:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<0\\ \sin\pi x & ,x\in[0,a]\\ 1 & ,x>a\end{cases}.$$

Найти: 1) параметр *a*, 2) функцию плотности распределения вероятностей случайной величины *X*; 3) математическое ожидание, 4) дисперсию, 5) медиану, 6) $P\{1/3<X<3\}$.
6. Дана функция плотности распределения вероятностей случайной величины *X*:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{6} & ,-3\le x\le -2\\ 1-x^2 & ,0\le x\le 1\\ \frac{1}{24} & ,2\le x\le 6\\ 0 & ,x\notin[-3,-2]\cup[0,1]\cup[2,6]\end{cases}.$$

Найти функцию распределения этой случайной величины.
7. Показать, что вероятность попадания в интервал (a,b) для случайной величины, имеющей нормальное распределение со средним m=2 и средним квадратическим отклонением σ=5, не изменится, если все числа a,b,m,σ увеличить в λ раз. Найти эту вероятность при a=-0.55, b=0.75.
8. Вероятность выпуска нестандартной электролампы, равна 0.04. Найти вероятность того, что в партии из 2000 ламп не менее 1940 стандартных.

Вариант 12

1. В первой коробке лежат три хороших и две бракованных детали, во второй - четыре хороших и одна бракованная, а в третьей - две хорошие и три бракованных детали. Для контроля из каждой коробки наугад берут по одной детали. Составить закон распределения числа, бракованных деталей среди отобранных, написать функцию распределения этой случайной величины и построить ее график.
2. Вероятность того, что пассажир опоздает к отправлению поезда, равна 0.02. Найти вероятность того, что из десяти пассажиров, купивших билет на поезд, будет не менее двух опоздавших.
3. Учебник издан тиражом 100 000 экземпляров. Вероятность того, что экземпляр, будет сброшюрован неправильно, равна 0.0001. Найти вероятность того, что тираж содержит ровно пять бракованных книг.
4. В первые классы некоторых районных школ должно быть принято 200 детей. Определить наивероятнейшее число девочек среди этих детей, если вероятность рождения мальчика равна 0.515. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины
$X=\{$число девочек, принятых в первые классы школ$\}$.
5. Дана функция распределения случайной величины X:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<0\\ tgx & ,x\in[0,\pi/4]\\ 1 & ,x>\pi/4\end{cases}$$

Найти: 1) Функцию плотности распределения вероятностей случайной величины X; 2) математическое ожидание 3) медиану, 4) $P\{-\pi/4<X<\pi/3\}$.
6. Найти Функцию распределения вероятностей случайной величины X , если дана её плотность распределения

$$f(x)=\begin{cases}1/2 & ,x\in[-2,-1]\\ 1/4 & ,x\in[0,2]\\ 0 & ,x\notin[-2,-1]\cup[0,2]\end{cases}.$$

7. Случайная ошибка показаний вольтметра имеет нормальное распределение с параметрами a=0 мВ, σ=20 мВ. Найти вероятность того, что при трех независимых измерениях с помощью вольтметра ошибка хотя бы одного из них не превзойдет по абсолютной величине 4 мВ.
8. Проверкой качества изготовленных на заводе часов, установлено, что в среднем 70% их отвечает предъявляемым требованиям, а 30% нуждаются в дополнительной регулировке. Приемщик проверяет качество 300 изготовленных часов. Если при этом среди них обнаружится 12 или более часов нуждающихся в дополнительной регулировке, вся партия возвращается заводу для доработки. Найти вероятность того, что партия будет принята.

Вариант 13

1. Для получения справки по телефону о прибытии поезда абонент решил сделать не более пяти попыток дозвониться до справочного бюро. Вероятность того, что абонент набрав номер справочного бюро, получит ответ, равна 1/7. Составить закон распределения числа неудачных попыток абонента, написать функцию распределения этой случайной величины и найти вероятность того, что ему придется звонить не менее трех раз.
2. Производится 10 независимых выстрелов по цели, вероятность попадания в которую при одном выстреле равна 0.2. Найти вероятность того, что число попаданий будет не меньше двух и не больше четырёх.
3. При некотором техническим процессе доля брака составляет 2%. Найти вероятность того, что в партии из 1000 изделий будет 23 бракованных.
4. Испытывается каждый из 15 элементов некоторого устройства. Вероятность того, что элемент выдержит испытание, равна 0.9. Найти наивероятнейшее число элементов, которые выдержат испытание, а также математическое ожидание и дисперсию случайного числа выдержавших испытание элементов.
5. Дана функция распределения случайной величины *X*:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<0\\ 4x^2 & ,0\le x\le 0.5\\ 1 & ,x>0.5\end{cases}.$$

Найти: 1) функцию плотности распределения вероятностей случайной величины *X*, 2) математическое ожидание, 3) дисперсию, 4)медиану, 5) $P\{0.1< X <0.6\}$.

6. Плотность распределения случайной величины *X* равна:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}-\frac{x^2}{2} & ,x\in[0,1]\\ \frac{1}{6} & ,x\in[1,3]\\ \frac{1}{3} & ,x\in[3,4]\\ 0 & ,x\notin[0,4]\end{cases}.$$

Найти функцию распределения вероятностей этой случайной величины.

7. Средняя температура воздуха 1 сентября в 12 часов дня в городе +18°. Считая температуру нормально распределенной случайной величиной со средним квадратическим отклонением 3°, найти вероятность температуры ниже + 10°.
8. Неисправное реле не срабатывает в 40% случаев. Какова вероятность того, что при 600 испытаниях количество отказов будет не более 200?

Вариант 14

1. Производится опыт, в результате которого событие *A* может появиться с вероятностью *p* и не появиться с вероятностью *q=1-p*. Пусть *X* - индикаторная случайная величина. Случайная величина *X* принимает значение 1,если событие *A* произошло, и значение 0, если событие *A* не произошло. Составить закон распределения случайной величины X, написать её функцию распределения, и построить ее график.
2. При каждом измерении вероятность получить положительную ошибку измерения равна 2/3, а отрицательную - 1/3. Какова вероятность получения только положительных ошибок при четырех измерениях?
3. В книжной лотерее на каждые 1000 билетов выигрывает 20. Распространителю билетов наугад выдали 100 билетов из этой партии. Какова вероятность того, что ни один из клиентов распространителя ничего не выиграет?
4. Отдел технического контроля проверяет партию из 10 деталей. Вероятность того, что деталь стандарта равна 0.75. Найти наиболее вероятное число деталей, которые будут признаны стандартными. Указать тип распределения числа стандартных деталей, а также математическое ожидание и дисперсию.

5. Дана функция распределения случайной величины *X*:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < -\pi/2 \\ 1 + \sin x & , x \in [-\pi/2, 0] \\ 1 & , x > 0 \end{cases}.$$

Найти:1) функцию плотности распределения вероятностей случайной величины *X*; 2)математическое ожидание; 3)дисперсию; 4)медиану. 5) $P\{X < -\pi/4\}$.

6. Дана плотность распределения вероятностей случайной величины *X*:

$$f(x) = \begin{cases} 5/12 & , x \in [-4, -2] \\ 1/6 e^{-x} & , x \geq 0 \\ 0 & , x \notin [-4, -2] \cup [0, \infty) \end{cases}.$$

Найти функцию распределения этой случайной величины.
7. Длина листа березы распределена нормально с математическим ожиданием 4см и средним квадратическим отклонением 1см. В березовом венике 150 листьев. С какой вероятностью хотя бы один из них имеет длину больше 6 см?
8. В институт подано 3500 заявлений. Среди абитуриентов подавших заявления 60% окончили школу в текущем году. Какова вероятность того, что в потоке из 96 человек окажется от 55 до 65 человек, окончивших школу в текущем году?

Вариант 15

1. Один раз брошены три одинаковые игральные кости. Случайная величина X принимает значение +1, если хотя бы на одной грани игральной кости выпадет цифра 6, принимает значение 0, если шестерка не выпала ни на одной грани, но хотя бы на одной из граней появилась цифра 5, принимает значение -1 в остальных случаях. Составить закон распределения и указать его моду, написать функцию распределения и построить ее график.

2. В лаборатории имеется 12 одинаковых приборов. Вероятность того, что в течение месяца прибор выйдет из строя, равна 0.2. Определить вероятность того, что за месяц выйдут из строя не более четырех приборов.

3. Прядильщица обслуживает одновременно 800 веретен. Вероятность обрыва пряжи на одном веретене в течение минуты равна 0.005. Какова вероятность того, что в течение одной, минуты обрыв произойдет на пяти веретенах?

4. Товаровед осматривает 24 образца товаров. Вероятность того, что каждый из образцов будет признан годным к продаже, равна 0.6. Найти наивероятнейшее число образцов, которые товаровед признает годными к продаже. Определить математическое ожидание и дисперсию годного к продаже числа обазцов.

5. Дана функция распределения случайной величины X:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<0\\ x^2/169 & ,x\in[0,13].\\ 1 & ,x>13\end{cases}$$

Найти:1) функцию плотности распределения вероятностей случайной величины X,
2) математическое ожидание, 3) дисперсию, 4)медиану, 5) $P\{2<X<3\}$.

6. Восстановить функцию распределения вероятностей случайной величины X по плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases}1/9 & ,x\in[-7,-4]\\ 1/36 & ,x\in[-4,0]\\ 5/9e^{-x} & ,x\geq 0\\ 0 & ,x\notin[-7,-4]\cup[-4,0]\cup[0,\infty)\end{cases}$$

7. Длина детали имеет нормальное распределение, причем a=20 см , σ=0,2 см. Найти вероятность того, что длина детали будет колебаться от 19.5 см до 20.5 см.

8. Проверкой качества изготовляемых кинескопов для телевизоров установлено, что 60% из них служат не менее гарантируемого срока. Определить вероятность того, что в партии из 500 кинескопов будет более 95% кинескопов со сроком службы не менее гарантируемого.

Вариант 16

1. Производится четыре независимых выстрела в одинаковых условиях по некоторой цели. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0.25. Найти закон распределения для числа попаданий в цель. Написать функцию распределения этой случайной величины и построить её график.
2. Из партии, состоящей из 100 изделий, среди которых 10 бракованных, случайно извлекаются 10 изделий для проверки их качества. Какова вероятность того, что при этом обнаружат не более двух бракованных изделий?
3. В среднем левши составляют 1%. Определить вероятность того, что среди 200 студентов факультета хотя бы один окажется левшой?
4. Найти наивероятнейшее число правильно набитых оператором перфокарт среди 20 перфокарт, если вероятность того, что перфокарта набита неправильно, равна 0.1. Каково математическое ожидание и дисперсия числа правильно набитых перфокарт?
5. Дана функция распределения случайной величины *X*:

$$F(x)=\begin{cases} e^{x} & ,x\le a \\ 1 & ,x>a \end{cases}.$$

Найти: 1)величину *a*; 2) функцию плотности распределения вероятностей случайной величины X; 3) математическое ожидание; 4) медиану; 5) $P\{X>-3\}$.
6. Найти функцию распределения вероятностей случайной величины *X* , если известна плотность распределения вероятностей этой случайной величины

$$f(x)=\begin{cases} x/4 & ,x\in[0,1] \\ 1/2-x/4 & ,x\in(1,2] \\ 3/4 & ,x\in[4,5] \\ 0 & ,x\notin[0,2]\cup[4,5] \end{cases}.$$

7. Длина стебля полевого колокольчика распределена нормально с математическим ожиданием 60 см и средним квадратическим отклонением 10 см. Найти вероятность того, что в букете из 30 колокольчиков попадется хотя бы один со стеблем длиной 1 метр.
8. Пять работниц окрашивают одинаковые по форме и размеру игрушки. Две из них производят окраску в красный цвет и три в синий цвет. Производительность труда работниц одинакова. Окрашенные игрушки оказались перемешанными. Определить вероятность того, что среди 600 игрушек, отобранных случайным образом, красных окажется от 223 до 264.

Вариант 17

1. Из урны, содержащей 4 белых и 6 черных шаров, случайным образом и без возвращения извлекается четыре шара. Случайная величина *X* - число белых шаров в выборке. Составить закон распределения этой случайной величины. Написать функцию распределения и построить ее график.
2. Люстра концертного зала содержит 30 электрических лампочек. Для каждой лампочки вероятность перегореть в данный вечер равна 0.01. Какова вероятность того, что в этот вечер люстра погаснет?
3. Коллектив некоторого предприятия насчитывает 2000 человек. Считая, что вероятность того, что день рождения каждого сотрудника придется на определенный день года, равна 1/365, найти вероятность того, что не более, чем у четырех человек дни рождения совпадают.
4. В камере хранения ручного багажа 80% всей клади составляют чемоданы, которые вперемежку с другими вещами хранятся на стеллажах. Через окно выдачи были получены все вещи с одного из стеллажей в количестве 50 мест. Каково наивероятнейшее число выданных чемоданов? Найти математическое ожидание и дисперсию случайного числа чемоданов, оказавшихся на этом стеллаже.
5. Дана функция распределения вероятностей случайной величины *X*:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<-1\\ x/3+1/3 & ,x\in[-1,2]\\ 1 & ,x>2\end{cases}.$$

Найти: 1) функцию плотности распределения вероятностей случайной величины *X*; 2) математическое ожидание, 3) дисперсию, 4) медиану, 5) $P\{1<X<3\}$.
6. Плотность распределения вероятностей случайной величины X равна:

$$f(x)=\begin{cases}1/8 & ,x\in[3,5]\\ 5/8 & ,x\in(5,6]\\ 7/4-x/4 & ,x\in(6,7]\\ 0 & ,x\notin[3,7]\end{cases}.$$

Найти функцию распределения вероятностей этой случайной величины.
7. Длина деталей, выпускаемых заводом, является нормально распределенной случайной величиной с математическим ожиданием 10 см и дисперсией 2 см^2. Найти вероятность того, что длина выбранной наудачу детали отличается от математического ожидания не более чем на 1 см.
8. Имеются 100 станков, работающих независимо друг от друга, одной и той же мощности и одного и того же режима работы, для каждого из них вероятность того, что их привод окажется включенным в течение половины рабочего времени, равна 0.5. Какова вероятность того, что в произвольно взятый момент времени окажутся включенными от 40 до 86 станков?

Вариант 18

1. Вероятность обнаружить малоразмерный объект в заданном районе при каждом вылете самолета-наблюдателя равна p. Составить закон распределения случайного числа произведенных независимых вылетов, если они выполняются до первого обнаружения объекта. Написать функцию распределения для этой случайной величины, если количество вылетов ограничено тремя, а p=0.6.

2. В кафе имеется 25 столов. Вероятность того, что в данный момент стол окажется занятым, равно 0.6. Какова вероятность того, что в данный момент будет не менее трех свободных столов?

3. Государственная лотерея выпущена тиражом в пять миллионов билетов. Выигрыши падают на 20000 билетов. Какова вероятность того, что среди 50 билетов выиграет не менее двух билетов.

4. Вероятность появления события A в каждом из независимых испытаний равна 0.3. Найти число испытаний, при котором наивероятнейшее число появлений события A равно 30. Указать математическое ожидание и дисперсию числа появлений события A.

5. Дана функция распределения случайной величины X:

$$F(x)=\begin{cases} e^{x}/2 & ,x\le 0 \\ 1-e^{-x}/2 & ,x>0 \end{cases}.$$

Найти: 1) функцию плотности распределения случайной величины X;
2) математическое ожидание; 3) дисперсию, 4) медиану.

6. Найти функцию распределения случайной величины X, если задана плотность распределения случайной величины X:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{(x+2)^2}{36} & ,x\in(-5,1) \\ \dfrac{1}{8} & ,x\in(3,7) \\ 0 & ,x\notin(-5,1)\cup(3,7) \end{cases}.$$

7. Некоторая категория людей имеет средний вес 60 кг и средне квадратическое отклонение веса 3 кг. Определить вероятность того, что вес случайно взятого человека из этой категории людей отличается от среднего не более, чем на 5 кг считая, что вес является нормально распределенной случайной величиной.

8. По техническим условиям диаметр валиков, изготавливаемых на автоматическом станке, должен быть не менее 37.80 мм и не более 37.90 мм. Станок производит в среднем 90% валиков удовлетворяющих поставленным требованиям. Найти вероятность того, что среди 900 изготовленных валиков будет не более 7% бракованных.

Вариант 19

1. Три станка подают детали в общий бункер. Вероятность выпуска бракованной детали для первого станка равна 0.03, для второго - 0.02 и для третьего - 0.01. Производительность первого станка в три раза больше производительности второго, а производительность третьего станка в два раза больше производительности второго. Составить закон распределения числа бракованных деталей из трех наудачу извлеченных из бункера. Написать функцию распределения и построить ее график.
2. Жюри состоит из 7 независимо друг от друга работающих судей. Предполагается, что каждый судья принимает правильное решение с вероятностью 0.6, а окончательное решение выносится большинством голосов. Какова вероятность того, что жюри вынесет правильное решение?
3. Вероятность изготовления консервной банки с недостаточной герметизацией равна 0.002. Среди скольких банок, отобранных случайным образом, можно с вероятностью 0.9 ожидать отсутствие бракованных?

4. Число длинных волокон в партии хлопка составляет в среднем 0,7 от общего числа волокон. При каком общем количестве волокон наивероятнейшее число длинных волокон окажется равным 5? Определить математическое ожидание и дисперсию случайного числа длинных волокон.

5. Дана функция распределения случайной величины *X*:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<0\\ \dfrac{x^2}{144} & ,x\in[0,12]\\ 1 & ,x>12\end{cases}.$$

Найти: 1) функцию плотности распределения вероятностей случайной величины ***X*,**

2) математическое ожидание, 3)дисперсию, 4)медиану, 5) $P\{4<X<7\}$.
6. Найти функцию распределения случайной величины X, если дана плотность распределения вероятностей этой величины:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\cos x}{4} & ,x\in(-\pi/2,\pi/2)\\ \dfrac{1}{2} & ,x\in(2,3)\\ 0 & ,x\notin(-\pi/2,\pi/2)\cup(2,3)\end{cases}.$$

7. Температура воздуха в 12 часов дня I января в Москве распределена нормально с математическим ожиданием 16 средним квадратическим отклонением 4. Какова вероятность положительной температуры?
8. Вероятность нарушения стандарта при штамповке колец составляет 0.3. Нейти вероятность того, что из 880 готовых колец число непригодных колец заключено между 225 и 255.

Вариант 20

1. На тренировке футболисты по очереди забивают мяч в ворота, причем каждому даётся возможность сделать три удара. Для футболиста Петрова вероятность забить гол равна 0.8. Найти закон распределения числа забитых им голов во время этой тренировки, написать функцию распределения этой случайной величины и построить её график.

2. На железнодорожной станции установлено 15 автоматов для продажи билетов. Вероятность выхода из строя для каждого автомата равна 0.3. Найти вероятность того, что в данный момент не менее одного, но не более 13 автоматов будут исправны.

3. При массовом изготовлении полупроводниковых диодов вероятность брака при формовке составляет 0.1. Какова вероятность того, что среди 400 наугад выбранных диодов будет 50 бракованных?

4. Сколько следует выполнить повторных независимых испытаний, чтобы наивероятнейшее число появлений некоторого события оказалось равным 23,если известно, что вероятность появления этого события в отдельном испытании равна 0,967. Каковы будут при этом математическое ожидание и дисперсия.

5.Дана функция распределения случайной величины *X*:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<0\\ 1-\dfrac{e^{-x^2}}{2} & ,x\geq 0\end{cases}$$

Найти: 1) Функцию плотности распределения вероятностей случайной величины *X*,

2) медиану, 3)моду, 4) $P\{X>2\}$.

6. Плотность распределения вероятностей случайной величины *X* имеет вид:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{3}{4} & ,x\in[-3,-2]\\ \dfrac{x}{4}-\dfrac{1}{4} & ,x\in[1,2]\\ \dfrac{3}{4}-\dfrac{x}{4} & ,x\in[2,3]\\ 0 & ,x\notin[-3,-2]\cup[1,3]\end{cases}.$$

Написать выражение функции распределения вероятностей этой случайной величины.

7. Длина кленового листа имеет нормальное распределение с математическим ожиданием 10 см и средним квадратическим отклонением 3 см. Какой процент кленовых листьев имеет длину от 5 до 15 см?

8. В 1897 году в России на 1000 человек населения в городах приходилось около 60 человек с образованием выше начального. Определить, вероятность того, что среди отобранных случайным образом 500 человек городских жителей число лиц с образованием выше начального было не менее 200 и не более 300 человек.

Вариант 21

1. Два стрелка стреляют по мишени до первого попадания. Каждый имеет по три патрона, вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0.6, для второго – 0.4. Найти закон распределения общего числа выстрелов сделанных стрелками. Написать функцию распределения этой случайной величины и построить её график.
2. В партии 40 стиральных машин. Вероятность того, что стиральная машина имеет дефект, равна 0.1. Если в партии более трех дефектных машин, то всю партию возвращают поставщику. Найти вероятность того, что партия не будет возвращена.
3. Искусственный спутник земли, движется сквозь метеорный поток. Вероятность столкновения с метеоритом 0.0001. В потоке 20000 метеоритов. Определить вероятность того, что спутник пройдет поток без столкновений.
4. В банке 60 компьютеров. Каждый из них в течение рабочего дня может выйти из строя с вероятностью 0.1. Определить наиболее вероятное число вышедших из строя компьютеров.
5. Дана функция распределения вероятностей случайной величины X:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<0\\ \dfrac{x^2}{4} & ,x\in[0,2]\\ 1 & ,x>2\end{cases}.$$

Найти: 1) функцию плотности распределения вероятностей случайной величины X; 2) математическое ожидание, 3) дисперсию, 4) медиану, 5) $P\{1<X<5\}$.
6. Дана плотность распределения случайной величины X:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\cos x}{3} & ,x\in[0,\pi/2]\\ \dfrac{4}{3\pi} & ,x\in(\pi/2,\pi]\\ 0 & ,x\notin[0,\pi]\end{cases}.$$

Восстановить функцию распределения вероятностей этой случайной величины.
7. Завод изготавливает шарики для подшипников. Отклонение диаметра шарика от номинала имеет нормальное распределение со средним 0 и средним квадратическим отклонением 0.01 мм. При контроле бракуются все шарики, диаметр которых отличается от номинала более чем на 0.025 мм. Определить, каков процент годной продукции.
8. Среди деталей производимых заводом 3% бракованных. За смену производится 10000 деталей. После проверки стандартная продукция поступает на склад. Определить какова должна быть емкость склада, чтобы с вероятностью 0.975 в конце смены он не переполнился.

Вариант 22

1. Имеется шесть билетов в театр, четыре из которых на место в первом ряду. Наудачу выбирается три билета. Найти закон распределения случайной величин X - число билетов первого ряда, оказавшихся в выборке, написать функцию распределения этой случайной величины и найти. Построить график функции распределения.

2. В ящике лежат 5 волейбольных и 5 футбольных мячей. Наугад берут 8 мячей, какова вероятность того, что из них три скажутся волейбольными?

3. По каналу связи передается 1000 знаков. Каждый знак может быть искажен независимо от других с вероятностью 0.005. Найти вероятность того, что будет искажено не более трех знаков.

4. Вероятность того, что разрывное усилие взятой наудачу проволоки диаметром 0.6 мм будет более 45 кг равна 0.88. Для свивки каната отбирается 60 мотков проволоки, определить наивероятнейшее число, математическое ожидание и дисперсию числа мотков проволоки с разрывным усилием более 45 кг.

5. Дана функция распределения случайной величины X:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<0\\ \sin x & ,x\in[0,a].\\ 1 & ,x>a\end{cases}$$

Найти:1) константу a, 2) функцию плотности распределения вероятностей случайной величины X, 3) математическое ожидание, 4) медиану, 5) моду, 6) $P\{X>\pi/4\}$.

6. Дана плотность распределения случайной величины X:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{3}{8} & ,x\in(-1,1)\\ \frac{6-x}{18} & ,x\in(3,6)\\ 0 & ,x\notin(-1,1)\cup(3,6)\end{cases}.$$

Найти функцию распределения вероятностей случайной величины X.

7. Вес буханки хлеба распределен нормально с математическим ожиданием равным 1 кг и средним квадратическим отклонением 0.01 кг. Какова вероятность купить буханку весом более 1.1 кг?

8. В тире имеется 10 ружей одной системы и одинаковых по виду, но из них только 6 пристрелянных. Вероятность попадания в цель из не пристрелянного ружья равна 0.3, а из пристрелянного - 0.9. Из взятого наудачу ружья спортсмен сделал 200 выстрелов по мишени. Чему равна вероятность того, что число попаданий в мишень заключено между 120 и 150?

Вариант 23

1. При конвейерной сборке механизма рабочий должен установить в него определенную деталь. Иногда эту деталь приходится подгонять путем дополнительной обработки. Вероятность того, что деталь будет установлена без подгонки с первой пробы, равна 0.3, а с подгонкой со второй пробы-0.6. Если вторая проба оказалась неудачной, то рабочий должен отложить механизм в сторону и перейти к сборке следующего. Найти закон распределения числа отложенных механизмов, если известно, что за рассматриваемое время он успел заняться четырьмя механизмами. Написать функцию распределения и построить её график.

2. На книжной полке в библиотеке стоят 18 книг, из них 6 по математике,6 по физике и 6 по механике. Посетитель для просмотра берет наугад 7 книг. Найти вероятность того, что из них хотя бы три по математике.

3. На основании статистических данных за изучаемый период времени установлена вероятность того, что пятилетний ребенок умирает, не дожив до 15 лет. Эта вероятность приблизительно равна 0.001%. Определить вероятность того, что из 400 зарегистрированных в детской поликлинике пятилетних детей хотя бы один ребенок не доживет до 15 лет.

4. Вероятность появления события в отдельном испытании равна 0.75. Сколько необходимо провести повторных независимых испытаний, чтобы наивероятнейшее число появлений некоторого события было равно 21? Чему будут равны при этом математическое ожидание и дисперсия?

5. Дана функция распределения случайной величины *X*:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<-2\\ \dfrac{1}{2}+\dfrac{\arcsin\frac{x}{2}}{\pi} & ,x\in[-2,2].\\ 1 & ,x>2\end{cases}$$

Найти:1) функцию плотности распределения вероятностей случайной величины *X*, 2) математическое ожидание, 3) медиану, 4) моду, 6) $P\{X>1\}$.

6.Дана функция плотности распределения вероятностей случайной величины *X*:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{3}{10} & ,x\in(0,1)\\ \dfrac{7x}{5}-\dfrac{21}{5} & ,x\in(3,4)\\ 0 & ,x\notin(0,1)\cup(3,4)\end{cases}.$$

Найти функцию распределения вероятностей случайной величины X.

7. Завод изготавливает шарики для подшипников. Номинальный диаметр шариков равен 5 мм. Вследствие неточности изготовления шарика фактический его диаметр является случайной величиной, распределенной по нормальному закону со средним значением 5 и средним квадратическим отклонением 0.05 мм. При контроле бракуются все шарики, диаметр которых отличается от номинального больше, чем на 0.1 мм. Определить, какой процент шариков в среднем будет браковаться.

8. Радиометрист на предельной дальности правильно опознает цель в 70% случаев. Какова вероятность того, что из 300 целей более 230 будут опознаны правильно?

Вариант 24

1. Имеется пять ключей, из которых только один подходит к замку. Составить закон распределения случайной величины X, равной числу проб при открывании замка, если испробованный ключ в последующих испытаниях не используется. Написать функцию распределения этой случайной величины и построить её график.
2. В полиэтиленовом мешке лежат 15 яблок и 10 груш. Наугад берут 7 фруктов. Какова вероятность того, что из них хотя бы две груши?
3.Аппаратура состоит из 1000 элементов, каждый из которых независимо от остальных выходит из строя за время T с вероятностью, равной 0.00005. Найти вероятность того, что за время T откажет не более трех элементов.

4. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из орудия равна 0.2. Найти наивероятнейшее число попаданий в цель и вероятность такого исхода стрельбы, если будет сделано 6 выстрелов. Определить также математическое ожидание и дисперсию случайного числа попаданий.

5. Дана функция распределения случайной величины *X*:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & ,x<0 \\ \dfrac{x^2}{a} & ,x\in[0,02]. \\ 1 & ,x>0.2 \end{cases}$$

Найти: 1) константу a , 2) Функцию плотности распределения вероятностей случайной величины *X*, 3)математическое ожидание, 4)дисперсию, 5) медиану, 6) $P\{X>0.1\}$.

6. Найти функцию распределения вероятностей случайней величины *X*, если

задана ее функция плотности распределения вероятностей:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{2} & ,x\in(0,1) \\ \dfrac{3}{8} & ,x\in(4,6) \\ 0 & ,x\notin(0,1)\cup(4,6) \end{cases}.$$

7.Химический завод изготовляет серную кислоту номинальной плотности 1,04 г/см. В результате статистических испытаний обнаружено, что практически 99,9% всех выпускаемых реактивов имеют плотность в интервале (1.82,1.86). Найти вероятность того, что кислота удовлетворяет стандарту, если для этого достаточно, чтобы её плотность не отклонялась от номинала более чем на 0.01 г/см^3.
8. В результате проверки качества приготовляемого для посева зерна было установлено, что 90% зерен всхоже. Найти вероятность того, что среди отобранных 1000 зерен прорастет не менее 870 штук.

Вариант 25

1. Мишень состоит из круга (зона № 1) и двух колец (зоны №2 и № 3). Попадание в зону №1: дает 10 очков, в зону № 2 - 5 очков, в зону № 3- минус I очко. Вероятности попадания в зоны 1,2,3 соответственно равны 0.5, 0.3 и 0.2. Построить ряд распределения для случайной суммы выбитых очков, в результате двух попаданий. Написать функцию распределения и построить её график.

2. В кошельке лежат 5 монет по 20 коп. и 10 монет по 5 коп.. Открывая кошелек, его владелец, нечаянно уронил 7 монет. Какова вероятность того, что у него осталось не менее двух монет по 20 коп.?

3. Вероятность того, что на странице справочника могут оказаться опечатки, равна 0.0002. Проверяется справочник, содержащий 500 страниц. Найти, вероятность того, что с опечатками окажутся от трех до пяти страниц.

4. При автоматической наводке орудий вероятность попадания оценивается как 0.7. Определить в этих условиях наиболее вероятное число попаданий при 235 выстрелах, а также математическое ожидание и дисперсию.

5. Дана функция распределения случайной величины *X*:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<0\\ 0{,}5x & ,0\le x\le b\\ 1 & ,x>b\end{cases}.$$

Найти:1) константу b, 2)функцию плотности распределения вероятностей случайной величины *X*, 3)математическое ожидание, 4)дисперсию, 5)медиану, 6) $P\{X\le 3\}$.

6. Дана функция плотности распределения вероятностей случайной величины *X*:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{7} & ,x\in[-4,-3]\\ \dfrac{2\sin x}{7} & ,x\in[0,\pi]\\ \dfrac{1}{7} & ,x\in[4,6]\\ 0 & ,x\notin[-4,-3]\cup[0,\pi]\cup[4,6]\end{cases}.$$

Восстановить функцию распределения вероятностей этой случайной величины.

7. Будем считать, что рост женщин является случайной величиной X, распределенной по нормальному закону с параметрами ***MX***= 164 см, ***σ****X* = 5.5 см. Найти вероятность того, что ни одна из пяти наудачу выбранных женщин не будет иметь более 160 см.

8. По многолетним данным, в некотором институте, было установлено, что весеннюю сессию успешно и в срок сдают 85% студентов. Какова вероятность того, что в ближайшую весеннюю сессию из случайно выбранной группы студентов в количестве 300 человек сессию успешно сдадут не менее 230 человек?

Вариант 26

1. С вероятностью попадания при одном выстреле 0.7 охотник стреляет по дичи до первого попадания, но успевает сделать не более четырех выстрелов. Пусть *X* число промахов. Найти ряд распределения; функцию распределения случайной величины *X*, а также вероятности событий $\{X \le 3\}$ и $\{1 \le X \le 3\}$. Построить график функции распределения.

2. Вероятность выигрыша по одному билету книжной лотереи равна 0.2. Какова вероятность того, что из 6 купленных билетов два окажутся выигрышными?

3. При приемочном контроле из партии в 1000 штук изделий производится безвозвратная выборка в 100 штук. Найти вероятность того, что в выборке не окажется дефектных изделий, если известно, что во всей партии имеется ровно 4 дефектных изделия.

4. Число длинных волокон в партии хлопка составляет в среднем 0,6 общего числа волокон. При каком общем количестве волокон хлопка наивероятнейшее число длинных волокон окажется равным 20? Найти математическое ожидание и дисперсию числа длинных работ в партии хлопка.

5. Дана функция распределения случайной величины *X*:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ,x < -1 \\ a + b\arcsin x & ,x \in [-1,1]. \\ 1 & ,x > 1 \end{cases}$$

Найти функцию плотности распределения вероятностей случайной величины X и вычислить: 1) константы a и b, 2) математическое ожидание, 3) дисперсию, 4) $P\{-0.5 < X < 0.5\}$, 5) медиану.

6. Дана функция плотности распределения вероятностей случайной величины *X*:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{18} & ,x \in [0,3] \\ \dfrac{1}{12} & ,x \in [5,7] \\ \dfrac{2}{3} & ,x \in [8,9] \\ 0 & ,x \notin [0,3] \cup [5,7] \cup [8,9] \end{cases} .$$

Восстановить функцию распределения вероятностей этой случайной величины.

7. Средняя температура мая в Москве имеет нормальное распределение со средним $+22^\circ$ и средне квадратическим отклонением 3°. Вычислить вероятность того, что три года подряд средняя температура будет меньше $+18^\circ$.

8. На склад поступает продукция с трех фабрик, причем изделия первой фабрики на складе составляют 30%, второй - 32%, третьей - 38%. В продукции первой фабрики 60% изделий высшего сорта, второй - 25%,третьей - 50%. Найти вероятность того, что среди 300 наудачу взятых со склада изделий число изделий высшего сорта заключено между 110 и 170.

Вариант 27

1. Два стрелка независимо друг от друга делают по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0.3 для второго - 0.4. Случайная величина X суммарное число попаданий в мишень в данном эксперименте. Описать закон распределения случайной величины X; написать функцию распределения и построить ее график.
2. Найти вероятность осуществления от двух до четырех разговоров по телефону при наблюдении 5 независимых вызовов, если вероятность того, что разговор состоится, равна 0.7.
3. Пусть известно, что на выпечку 1000 сладких булочек с изюмом полагается 10000 изюмин. Найти вероятность того, что купленная в магазине булочка окажется без изюма.
4. Вероятность допустить ошибку при наборе одного знака некоторого текста, состоящего из 2000 знаков, равна 0.005. Найти наиболее вероятное число сделанных ошибок в этом тексте и его вероятность.
5. Дана функция распределения случайной величины *X*:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<1\\ 1-\dfrac{1}{x^8} & ,x\ge 1\end{cases}.$$

Найти функцию плотности распределения вероятностей случайной величины X и вычислить: 1) математическое ожидание, 2) дисперсию, 3) $P\{-2<X<2\}$, 4) медиану.
6. Плотность распределения вероятностей случайной величины X равна:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^x}{6} & ,x\in(-\infty,0]\\ \dfrac{1}{3} & ,x\in(0,2]\\ \dfrac{x}{3}-\dfrac{4}{3} & ,x\in[4,5]\\ 0 & ,x\notin(-\infty,2]\cup[4,5]\end{cases}.$$

Найти функцию распределения вероятностей этой случайной величины.
7. Производится взвешивание готовой продукции без систематических ошибок. Случайные ошибки взвешивания подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением 20г. Найти вероятность того, что взвешивание будет произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине10г.
8. В парке посажено 400 деревьев. Найти вероятность того, что число прижившихся деревьев больше 310, если вероятность того, что отдельное дерево приживется, равна 0.8.

Вариант 28

1. В лаборатории имеется 3 компьютера разных марок и разного срока службы. Известно, что один из них может оказаться неисправным к данному дню с вероятностью 0.4, а для других двух эта вероятность равна 0.2. Инженер, обслуживающий в данный день компьютеры, проводит на каждом проверочный тест, Если тест не проходит, то компьютер считается неисправным. Составить закон распределения числа неисправных компьютеров. Написать функцию распределения и построить ее график.

2. Автопарк насчитывает 12 автомашин. Вероятность выхода на линию каждой из них равна 0.8. Найти вероятность нормальной работы автопарка, если для этого необходимо иметь на линии не менее восьми автомашин.

3. Книга в 1000 страниц содержит 100 опечаток. Какова вероятность того, что на десятой странице не менее двух опечаток?

4. Вероятность рождения мальчика равна 0.515. Найти наивероятнейшее число рождения мальчиков из 900 рождений и определить вероятность этого числа рождений. Чему равно математическое ожидание и дисперсия случайного числа мальчиков из 900 родившихся детей?

5. Дана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} a+b & , x \le 0 \\ a+be^{-x} & , x > 0 \end{cases}.$$

Найти: 1) параметры *a* и *b*, 2) функцию плотности распределения вероятностей случайной величины *X*, 3)математическое ожидание, 4) дисперсию, 5)медиану.

6. Дана функция плотности распределения вероятностей случайной величины *X*:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & , x \in [2,3] \\ \frac{1}{2} & , x \in [5,6] \\ \frac{1}{4} & , x \in [9,10] \\ 0 & , x \notin [2,3] \cup [5,6] \cup [9,10] \end{cases}.$$

Восстановить функцию распределения вероятностей этой случайной величины.

7. В нормально распределенной совокупности 15% значений *X* меньше 12 и 40% значений *X* больше 16.2. Найти среднее значение и стандартное отклонение данного распределения.

8. Найти приближенное выражение для вероятности того, что число выпадений тройки при 4200 бросаниях игральной кости будет заключено между 650 и 700.

Вариант 29

1. Человек стоит в начале координат числовой оси. Он бросает симметричную монету и после каждого бросания делает один шаг вправо при выпавшем гербе и один шаг влево при выпадении решетки. Найти закон распределение абсциссы A, определяющей положение человека после трех бросаний монеты, выписать функцию распределения и построить ее график.
2. Вероятность требования в технической библиотеке книг по технике равна 0.7 и по математике - 0.3. Какова вероятность того, что из пяти читателей, которые зашли в библиотеку, все закажут книги из одного отдела?
3. Определить вероятность того, что при 500 испытаниях событие наступит ровно 50 раз, если вероятность его наступления в каждом из испытаний равна 0,05.
4. Для данного баскетболиста вероятность забросить мяч в корзину равна 0.6. Произведено 8 бросков. Найти наивероятнейшее число попаданий и вероятность такого числа попаданий.
5. Дана функция распределения вероятностей случайной величины *X*:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ,x<0\\ \dfrac{x^2}{2}-\dfrac{x^4}{16} & ,x\in[0,2].\\ 1 & ,x>2\end{cases}$$

Найти: 1) функцию плотности распределения вероятностей случайной величины *X*;
2) математическое ожидание, 3) дисперсию, 4) медиану, 5) $P\{1<X<3/2\}$.
6. Плотность распределения вероятностей случайной величины X равна:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{3} & ,x\in[3,5]\\ \dfrac{1}{15} & ,x\in[10,15]\\ 0 & ,x\notin[3,5]\cup[10,15]\end{cases}.$$

Найти функцию распределения вероятностей этой случайной величины.
7. Дальность полета снаряда распределена нормально с математическим ожиданием 1200 м и средним квадратическим отклонением 40 м. Какой процент выпущенных снарядов имеет перелет от 60 м до 80 м?
8. Найти такое число k, чтобы с вероятностью, приблизительно равной 0.7 число выпадений герба при 4000 бросаниях монеты было заключено между 2000 и k.

Вариант 30

1. В мастерской три двигателя работают независимо друг от друга. Вероятность того, что, в течение часа первый двигатель потребует внимания мастера, равна 0,4; для второго и третьего двигателя эта вероятность равна 0.7. При возникновении неполадок в двигателе загорается красная лампочка, служащая сигналом для мастера, который должен отключить мотор от сети. Составить закон распределения числа загоревшихся в течение часа красных лампочек. Написать функцию распределения и построить ее график.

2. В приборе стоят 6 одинаковых предохранителей. Для каждого из них вероятность перегореть после 1000 часов работы равна 0.4. Если перегорело не менее двух предохранителей, то прибор требует ремонта. Найти после 1000 часов работы, если предохранители перегорают независимо друг от друга.

3. В концертном зале находится 730 зрителей. Найти вероятность того-то дни рождения троих из них приходится на первое марта, считая вероятность попадания дня рождения каждого зрителя на определенный день года равной 1/365.

4. Чему равна вероятность наступления события в каждом из 49 независимых испытаний, если наивероятнейшее число наступлений события в этих испытаниях равно 30? Найти математическое ожидание и дисперсию.

5. Дана функция распределения случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ,x < 0 \\ 1 - e^{-x}(1 + x) & ,x \geq 0 \end{cases}.$$

Найти:1) функцию плотности распределения вероятностей случайной величины X;

2) математическое ожидание; 3) $P\{X \geq 2\}$.

6. Плотность распределения вероятностей случайной величины X имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & ,x \in [-2,-1] \\ \frac{1}{6} & ,x \in [1,4] \\ 0 & ,x \notin [-2,-1] \cup [1,4] \end{cases}.$$

7. Пусть рост взрослых, мужчин в некоторой местности является случайной величиной, распределенной по нормальному закону и пусть математическое ожидание этой величины равно 170 см, а дисперсия - 36 см^2. Найти вероятность того, что хотя бы один из наудачу выбранных четырех мужчин будет иметь рост от 168 см до 172 см.

8. Игральный кубик бросили 600 раз, какова вероятность того, что при этом четное число очков выпадет от 310 до 360 раз?

ВАРИАНТ 1

1. Техническое устройство состоит из двух блоков первого типа и двух блоков второго типа. Пусть событие Bi (i=1, 2) означает работоспособность i - го блока первого типа, а событие Ci работоспособность i - го блока второго типа. Для нормальной работы устройства (событие A) необходимо, чтобы работали хотя бы один блок первого типа и оба блока второго типа. Найти множество элементарных исходов. Выразить событие в поле событий через элементарные исходы и непосредственно через события B_1, B_2, C_1, C_2.
2. На горизонтальную поверхность стола бросают две правильные игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших на верхних гранях очков чётно.
3. У сборщика имеется 20 деталей, среди которых 5 нестандартных. Наудачу сборщик выбирает для работы 10 деталей. Какова вероятность того, что среди этих десяти деталей будет: а) хотя бы одна нестандартная, б) три нестандартных.
4. В работе трех независимо работающих линий связи из-за технических неполадок могут происходить сбои. Вероятность того, что в течение дня произойдут сбои в работе первой линии связи равна 0,1. Для второй линии связи эта вероятность равна 0,15, для третьей – 0,25. Определить, вероятность того, что по крайней мере две линии связи будут работать бесперебойно в течение дня.
5. Вероятность того, что наудачу выбранный прибор данной серий не откажет в момент включения, равна 0,99, а вероятность того, что прибор, не отказавший в момент включения, проработает время t , равна 0,8. Определить вероятность того, что наудачу выбранный прибор данной серии проработаёт время t.
6. Вероятность того, что событие A произойдет в каждом из десяти независимых опытов, равна 0,7. Найти вероятность того, что событие A произойдет не менее 4-х раз.
7. Три завода производят однотипные изделия в количественном соотношении 5 : 3 : 1 и поставляют свою продукцию на распределительную базу. Среди изделий первого завода – 10% составляют изделия высшего качества, среди изделий второго завода – 20%, третьего – 50%. Найти вероятность того, что наудачу взятое с базы изделие - высшего качества.
8. Расследуются причины неудачного пуска агрегата, о котором можно высказать четыре предположения (гипотезы): H_1, H_2 ,H_3 или H_4. По данным статистики, $P(H_1)=0{,}2$, $P(H_2)=0{,}4$, $P(H_3)=0{,}3$, $P(H_4)=0{,}1$. В ходе расследования обнаружено, что при пуске произошел отказ в блоке питания (событие A). Условные вероятности события A согласно той же статистике разны: $P(A/H_1)=0{,}9$, $P(A/H_2)=0{,}4$, $P(A/H_3)=0{,}2$, $P(A/H_4)=0{,}3$. Какая из гипотез наиболее вероятна при данных условиях?

ВАРИАНТ 2

1. Первый прибор может работать в одном из двух режимов, второй прибор - в одном из трех режимов. Пусть Ai (i= 1, 2) - событие, означающее работу 1-го прибора в i-м режиме, а Bi (i=1, 2, 3) - работу 2-го прибора в i- м режиме. Один из возможных режимов для каждого из приборов выбирается наудачу. Найти множество элементарных исходов поля событий данного опыта и множество элементарных исходов условного поля событий при условии, что первый прибор работает в первом режиме.
2. Наудачу выбирается пятизначное число. Найти вероятность события А ={число одинаково читается слеза направо и справа налево} (как, например, I353I).
3. Среди 60 изделий имеется 20 изделий высшего качества, 30 - первого сорта и 40- второго. Наудачу выбирается 10 изделий. Найти вероятность, того, что среди этих десяти 3 будут высшего качества, 4 – первого сорта и 3 – второго сорта.
4. Надежность первого прибора (вероятность безотказной работы в течение времени Т) равна 0,7 , второго – 0,8 , третьего – 0,85, четвертого – 0,95. Найти вероятность того, что в течение времени работы Т произойдет отказ по крайней мере двух приборов.
5. Вероятность того, что объект находится в зоне, в которой он может быть обнаружен радиолокатором, равна 0,7 . Из-за помех вероятность того, что объект, находящийся в зоне обзора радиолокатора, будет обнаружен, равна 0.8 . Найти вероятность того, что радиолокатор обнаружит объект.
6. Рабочий обслуживает десять однотипных станков. Вероятность того, что станок потребует внимания рабочего, одинакова для каждого из десяти станков и равна 0,05. Найти вероятность того, что в течение часа этих требований будет не меньше одного, но и не больше трех (пренебречь вероятностью того, что один станок может потребовать внимания рабочего в течение часа более одного раза).
7. В трех урнах лежат шары: в I- й – k белых шаров и m красных; во 2-й – l белых и r красных; в 3-й - s белых и t красных. Какова вероятность вынуть белый шар из наудачу выбранной урны?
8. Прибор работает 60% времени в нормальном режиме (гипотеза B_1), 30% времени - с перегрузкой (гипотеза B_2) и 10% времени - с недогрузкой (гипотеза B_3). Надежность прибора (вероятность безотказной работы в течение времени Т), работающего в нормальном режиме, равна 0,3 ; работающего с перегрузкой – 0,7, работающего с недогрузкой - 0,9. Каковы вероятности гипотез B_1, B_2 и B_3 , если известно, что прибор, работая в определенном режиме, вышел из строя за время меньше Т?

ВАРИАНТ 3

1. Из четырех цифр (1, 2, 3, 4) наудачу выбирают две по схеме выбора с возвращением и с упорядочиванием. Построить множество элементарных исходов данного опыта и множество элементарных исходов, соответствующих условному полю событий, при условии, что одна из выбранных цифр - 3.
2. Монету бросают до тех пор, пока она два раза подряд не упадет одной и той же стороной. Найти вероятность того, что опыт закончится до шестого бросания.
3. На 10 карточках записаны числа от 1 до 10. Одновременно извлекаются наудачу 2 карточки. Найти вероятность того, что извлечены две соседние (по порядку номеров) карточки.
4. В шкафу находятся девять однотипных приборов. В начале опыта они все новые (ни разу не бывшие в эксплуатации). Для временной эксплуатации берут наугад три прибора; после эксплуатации их возвращают в шкаф. На вид прибор, бывший в эксплуатации, ничем не отличается от нового. Такого рода операция производится три раза. Найти вероятность того, что в результате трехкратного выбора и эксплуатации в шкафу останется хотя бы один новый прибор.
5. Производятся три независимых выстрела по мишени; вероятности попадания в мишень при первом, втором, третьем выстреле равны соответственно p_1, p_2 , p_3. Найти вероятность того, что произойдет не менее двух попаданий в мишень.
6. Завод изготовляет изделия, каждое из которых с вероятностью r (независимо от других) является дефектным. Для контроля продукции завода выбирается наугад n изделий. При осмотре дефект, если он существует, обнаруживается с вероятностью p. Найти вероятности следующих событий: A = {ни в одном из изделий не обнаружено дефекта}; B = {среди n изделий ровно в двух обнаружен дефект }; C={среди n изделий не менее чем в двух обнаружен дефект}.
7. Студент Иванов знает только10 из 25 экзаменационных билетов, В каком случае шансы Иванова получить знакомый билет выше: когда он подходит тянуть билет первым или вторым по счету?
8. Деталь устройства может быть изготовлена из материала одного из трех типов A_1, A_2, A_3 с вероятностями: $P(A_1)=0{,}6$, $P(A_2)=0{,}3$, $P(A_3)=0{,}1$. Надежности устройства (вероятности безотказной работы в течение времени T) в зависимости от типа используемого материала равны соответственно 0,6; 0,8 и 0,9. Известно, что устройство вышло из строя, не проработав время T. Чему равны вероятности того, что деталь была изготовлена из материала типа A_1, A_2, A_3 ?

ВАРИАНТ 4

1. Передается телеграфное сообщение, состоящее из знаков "точка" и "тире" и содержащее 5 знаков. Построить множество элементарных исходов, соответствующее условному полю событий данного опыта при условии, что три из переданных пяти знаков - "точки".
2. На столе лежат 36 экзаменационных билетов с номерами 1, 2, ... 36 , среди которых 5 "плохих". Преподаватель берет наудачу 3 билета. Найти вероятность того, что среди этих билетов: а) нет "плохих"; б) один "плохой"; в) два "плохих".
3. Бросают 10 одинаковых игральных костей. Определить вероятности следующих событий: A = {ни на одной из костей не выпало 6 очков}; B = {хотя бы на одной из костей выпало 6 очков }, C ={ 6 очков выпало ровно на трех костях } .
4. Статистика, собранная среди студентов одного из вузов, обнаружила следующие факты: 60% всех студентов занимаются спортом, 40% участвуют в научной работе на кафедрах и 20% занимаются спортом и участвуют в научной работе на кафедрах. Корреспондент местной газеты подошел к наудачу выбранному студенту. Найти вероятности следующих событий: A ={ студент занимается по крайней мере одним из двух указанных видов деятельности}; B={студент занимается одним только спортом }; C ={ студент занимается только одним видом деятельности }.
5. Футбольный матч в городе ***M*** состоится с вероятностью 0,8 Команда "Спартак" побеждает команду "Динамо" с вероятностью 0,6. Найти вероятность того, что команда "Динамо" победит "Спартак" в предстоящем матче.
6. Вероятность появления события A хотя бы один раз в пяти независимых опытах равна 0,9. Какова вероятность появления события A в одном опыте, если при каждом опыте эта вероятность одинакова?
7. В первой урне лежит 1 белый шар и 4 красных, а во второй - 1 белый и 7 красных. Из первой урны во вторую перекладывают один шар, после чего из второй урны наудачу вынимают один шар. Найти вероятность того, что этот шар белый.
8. Брак в продукции завода вследствие дефекта a составляет 4%, а вследствие дефекта b - 3,5%. Годная продукция завода составляет 95%. Найти вероятность того, что: а) среди продукции, не имеющей дефекта a встретится дефект b ; б) среди забракованной по признаку a продукции встретится дефект b.

ВАРИАНТ 5.

1. Монету бросают 5 раз. Известно, что три раза из пяти монета упала гербом вверх. Построить множество элементарных исходов, соответствующее условному полю событий данного опыта при указанном условии.
2. В магазин поступило 30 новых цветных телевизоров, среди которых 5 имеют скрытые дефекты. Наудачу выбирают два телевизора для проверки. Какова вероятность того, что один из них имеет скрытые дефекты?
3. Регистр калькулятора содержит 6 разрядов. Считая, что появление любого числа на регистре равновероятно, определить вероятность события $A = \{$регистр содержит ровно три одинаковых цифры$\}$.
4. Студенты выполняют контрольную работу в классе контролирующих машин. Для получения положительной оценки достаточно решить две задачи из трех, написанных на карточке. Для каждой задачи зашифровано пять различных ответов, из которых только один правильный. Студент Иванов плохо знает материал и поэтому выбирает ответы для каждой задачи наудачу. Какова вероятность того, что он получит положительную оценку?
5. Техническое устройство состоит из четырех блоков. Надежности блоков (вероятности безотказной работы в течение времени T) равны соответственно 0,8; 0,75; 0,9; 0,99. Работоспособность каждого из блоков не зависит от состояния других блоков. Найти вероятность безотказной работы устройства в течение времени T, если для этого достаточно, чтобы в течение времени T безотказно работали по крайней мере три блока.
6. По данным технического контроля, в среднем 2% изготовляемых на заводе автоматических станков нуждаются в дополнительной регулировке. Чему равна вероятность того, что из шести изготовленных станков четыре нуждаются в дополнительной регулировке?
7. Подразделение состоит из четырех человек -одного сержанта и трех рядовых. Вероятность попадания в цель для сержанта равна 0,8; для рядового – 0,2. Из четырех человек наудачу выбираются двое, которые стреляют в цель. Найти вероятность того, что цель будет поражена, если для поражения цели достаточно одного попадания.
8. Объект, за которым ведется наблюдение, может быть в одном из двух состояний: $B_1=\{$функционирует$\}$; $B_2=\{$не функционирует$\}$. Априорные вероятности этих состояний $P(B_1)=0{,}7$; $P(B_2)=0{,}3$. Имеется два источника информации, которые приносят разноречивые сведения о состоянии объекта; первый источник сообщает, что объект не функционирует, второй - что функционирует. Первый источник вообще дает правильные сведения с вероятностью 0,9 , а с вероятностью 0,1- ошибочные. Второй источник менее надежен: он дает правильные сведения с вероятностью 0,7, а с вероятностью 0,3 - ошибочные. На основании анализа донесений найти новые (апостериорные) вероятности гипотез.

ВАРИАНТ 6

1. Событие А произойдет, если произойдут не менее чем два из трех событий (B_1, B_2 , B_3) или если произойдет событие С. Найти множество элементарных исходов. Выразить событие А в поле событий через соответствующие ему элементарные исходы.
2. Пять приборов могут работать каждый в одном из шести режимов. Пусть выбор режима работы прибора производится наудачу и независимо от других приборов. Найти вероятность того, что приборы будут работать в разных режимах.
3. Из десяти первых букв русского алфавита *а, б, в, г, д, е, ж, з, и, к* наудачу составляется новый алфавит, состоящий из пяти букв. Найти вероятности следующих событий: А={в состав нового алфавита входит буква *а*} ; В = {в состав нового алфавита входят только согласные буквы}.
4. Из урны, содержащей 6 белых и 4 черных шара, наудачу и последовательно извлекают по одному шару до появления черного. Найти вероятность того, что придется производить четвертое извлечение, если выборка производится: а) с возвращением; б) без возвращения.
5. Опыт состоит в подбрасывании трех игральных костей. Наблюдаемые события: А = {на трех костях выпадут разные грани}; В ={хотя бы на одной грани выпадет 6 очков}. Определить Р(В/А) и Р(А/В).
6. Техническая система состоит из пяти узлов. Вероятность нарушения режима работы для каждого узла в течение времени Т равна 0,2. Системе выходит из строя, если нарушения режима работы произойдут не менее чем в трех узлах. Найти вероятность выхода из строя этой системы за время Т, если вероятность нарушения режима работы для каждого узла не зависит от состояния других узлов.
7. Цех завода производит определенного вида изделия; любое из них, независимо от других, с вероятностью р имеет дефект. Каждое изделие осматривается контролером, который обнаруживает дефект, если он имеется, с вероятностью p_1 и не обнаруживает - с вероятностью $1- p_1$. Изделие с обнаруженным дефектом бракуется. Кроме того, иногда контролер допускает ошибку и бракует доброкачественное изделие, это происходит с вероятностью p_2. За смену контролер осматривает N изделий. Найти вероятность того, что хотя бы одно из них будет квалифицировано им неправильно: или будучи дефектным, отнесено к доброкачественным, или наоборот (считается, что результаты осмотров отдельных изделий независимы).
8. Имеется пять урн. В 1-й , 2-й и 3-й урнах находится по 2 белых и 3 черных шара; в 4-й и 5-й - по 1 белому и 1 черному. Случайно выбирается урна и из нее извлекается шар. Какова вероятность того, что выбрана 4-я или 5-я урна, если извлеченный шар оказался белым?

ВАРИАНТ 7.

1. **1.** Спортсмен стреляет по цели до первого попадания, но не более пяти раз (по числу патронов). Событие A соответствует попаданию в цель при одном выстреле. Найти множество элементарных исходов, соответствующих полю событий данного опыта, и множество элементарных исходов, соответствующих условному полю событий, при условии, что первые три раза он в цель не попал.
2. **2.** Игральная кость подбрасывается один раз. Найти вероятность следующих событий: A={число очков равно 6}, B={число очков кратно трем}, C={число очков четно}, D={число очков меньше пяти}.
3. **3.** У сборщика 12 деталей, мало отличающихся друг от друга. Из них пять - первого вида, четыре - второго и три - третьего. Какова вероятность того, что среди шести взятых одновременно деталей три окажутся первого вида, две - второго и одна - третьего?
4. **4.** В механизм входят две одинаковые детали. Механизм не будет работать, если обе поставленные детали будут уменьшенного размера. У сборщика в наличии 10 деталей, из них 3 - меньше стандарта. Определить вероятность того, что механизм будет работать нормально, если сборщик берет для него две детали наугад.
5. **5.** Брошено две игральные кости. Предполагается, что все комбинации выпавших очков равновероятны. Найти вероятность того, что выпали две "пятерки", если известно, что сумма выпавших очков делится на пять.
6. **6.** Всхожесть семян некоторого растения составляет 70%. Какова вероятность того, что из 10 посеянных семян взойдут: а) восемь; б) по крайней мере восемь; в) не менее трех.
7. **7.** На трех автоматических станках изготовляются одинаковые детали. Известно, что 30% продукции производится первым станком, 25% - вторым и 45% - третьим. Вероятность изготовления детали, отвечающей стандарту, на первом станке равна 0,99 , на втором -0,98 и на третьем - 0,97. Изготовленные в течение дня на трех станках не рассортированные детали находятся на складе. Определить вероятность того, что наудачу взятая деталь не соответствует стандарту.
8. **8.** Число бракованных микросхем на 1000 считается равновозможным от 0 до 3. Наудачу опробованы 100 микросхем, оказавшиеся исправными. Какова вероятность, что все схемы исправны?

ВАРИАНТ 8

1. Пусть A, B, C - три событія, наблюдаемые в данном эксперименте. Выразить в поле событий событие E = {из трех событий A, B, C хотя бы одно не произойдет }.
2. Некто в кармане имеет 8 ключей, из которых только один подходит к замку. Ключи последовательно извлекаются из кармана,, и совершается попытка открыть замок, до тех пор, пока не появится нужный ключ. (Опробованный ключ в дальнейших попытках открыть замок не участвует.) Какова вероятность того, что нужный ключ будет извлечен последним?
3. В электрическую цепь включены последовательно четыре сопротивления R_i (i=1,2,3,4), которые могут выйти из строя независимо друг от друга. Вероятность того, что перегорит сопротивление R_1, равна 0,1 ; вероятность перегорания R_2 равна 0,2 ; R_3 – 0,15 ; R_4 – 0,3. Определить вероятность того, что цепь вышла из строя, и вероятность того, что перегорели все сопротивления.
4. Наудачу подбрасывают две игральные кости. Найти вероятности следующих событий: A= {сумма выпавших очков четна}; B= {произведение очков четно}; C = {на одной из костей число очков четно, а на другой нечетно }; D={ни на одной из костей не выпало 6 очков}.
5. Завод изготовляет изделия, каждое из которых с вероятностью r (независимо от других) является дефектным. Для контроля из продукции завода выбирается наугад n изделий. При осмотре дефект, если он существует, обнаруживается с вероятностью p. Найти вероятности следующих событий: A = {ни в одном из изделий не обнаружено дефекта}; B = { среди n изделий ровно в двух обнаружен дефект}; C={среди n изделий не более чем в двух обнаружен дефект } .
6. Пару одинаковых игральных костей бросают 7 раз. Какова вероятность следующих событий: A = {каждый раз выпадает сумма очков, большая7}; B={сумма очков, большая 7 , выпадает более двух раз }.
7. В первой урне лежит 1 белый шар и 4 красных, а во второй 1 белый и 7 красных. В первую урну добавляется два шара, случайно выбранных из второй урны. Найти вероятность того, что шар, выбранный наудачу из пополненной первой урны, будет белым.
8. Астрономический объект, за которым ведется наблюдение, может находиться в одном из двух состояний: B_1 или B_2. Априорные вероятности этих состояний $P(B_1)$= 0,6; $P(B_2)$= 0,4. Наблюдение ведется независимо двумя обсерваториями. Первая обсерватория обычно дает правильные сведения о состоянии наблюдаемого объекта в 90% случаев, а в 10% ошибается; вторая дает правильные сведения в 80% случаев, а в 20% ошибается. Первая обсерватория сообщила, что объект находится в состоянии B_1, а вторая – что в состоянии B_2. Найти апостериорную вероятность состояния B_1 .

ВАРИАНТ 9 .

1. По каналу связи передается сообщение, состоящее из символов a и b и содержащее 5 знаков. Известно, что символ b встречается в этом сообщении 3 раза. Построить множество элементарных исходов, соответствующее условному полю событий данного эксперимента при указанном условии.
2. В урне находится 5 шаров, из которых 2 белых и 3 черных. Из урны наудачу выбирают 2 шара. Найти вероятность того, что оба шара белые.
3. Производится три повторных независимых измерения некоторой физической величины. Вероятность того, что при одном измерении (любом) ошибка выйдет за пределы допуска, равна 0,1. Найти вероятности следующих событий: A = {во всех проведенных измерениях была достигнута заданная точность}; B={не более чем в одном измерении ошибка выйдет за пределы допуска}; C = {по крайней мере в двух измерениях подряд была достигнута заданная точность}.
4. Радист трижды вызывает корреспондента. Вероятность того, что будет принят первый вызов, равна 0,2; второй - 0,3; третий - 0,4. События, состоящие в том, что данный вызов (I- й, 2-й, 3- й) будет услышан, независимы. Найти вероятность того, что корреспондент услышит вызов радиста.
5. Брошено 2 игральные кости. Какова вероятность того, что на обеих костях выпало по 3 очка, если известно, что сумма выпавших очков делится на три?
6. Вероятность выигрыша по одному билету лотереи равна 1/7. Какова вероятность того, что лицо, имеющее шесть билетов: а) выиграет по двум билетам; б) выиграет по трем билетам; в) не выиграет по двум билетам?
7. Два цеха штампуют однотипные детали. Первый цех дает a% брака, второй - b% . Для контроля отобрано n_1 деталей из первого цеха и n_2 из второго. Эти $n_1 + n_2$ деталей смешивают в одну партию и из нее наудачу извлекают одну деталь. Какова вероятность того, что она бракованная?
8. В коробке находятся две неотличимые по внешнему виду и весу игральные кости; одна правильная, с одинаковыми вероятностями выпадения всех шести цифр при случайном подбрасывании; другая неправильная с неравномерным распределением массы по объему. При случайном подбрасывании неправильной игральной кости шестерка появляется с вероятностью 1/3, единица - с вероятностью 1/9, остальные цифры выпадают с одинаковыми вероятностями. Наудачу извлеченная из коробки игральная кость была подброшена, и в результате выпало 6 очков. Найти вероятность того, что была подброшена правильная игральная кость.

ВАРИАНТ 10

1. Устройство состоит из четырех пронумерованных блоков B_1, B_2, B_3, B_4 . Известно, что один или два блока устройства отказали, но не установлено, какие именно. Построить множество элементарных исходов, соответствующее условному полю событий, при указанном условии.
2. В студии телевидения имеются 3 телевизионные камеры. Для каждой камеры вероятность того, что она включена в данный момент, равна 0,6. Найти вероятность того, что в данный момент включена хотя бы одна камера.
3. Регистр калькулятора содержит 8 разрядов. Считая, что появление любого числа на регистре равновероятно, определить вероятности следующих событий: А = { во всех разрядах стоят одинаковые цифры} ; В={во всех разрядах стоят различные цифры }; С={регистр содержит ровно две одинаковые цифры }.
4. Имеется блок, входящий и систему. Вероятность безотказной работы его в течение заданного времени равна 0,85. Для повышения надежности в систему устанавливается такой же резервный блок. Требуется найти, какой станет вероятность безотказной работы блока с учетом резервного.
5. На предприятии брак составляет в среднем 1,5% от общего выпуска изделий. Среди годных изделий 80% - изделия первого сорта. Какова вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется изделием первого сорта, если оно взято из общей массы изготовленной продукций?
6. Известно, что вероятность того, что наудачу взятая из данной большой партии деталь не отвечает стандарту, равна 0,85. Найти вероятность того, что среди взятых наудачу пяти деталей не более двух окажутся нестандартными.
7. В строительном отряде 70% первокурсников и 30% студентов второго курса. Среди первокурсников 40% девушек, а среди студентов второго курса – 35% девушек. Все девушки по очереди дежурят на кухне. Найти вероятность того, что в случайно выбранный день на кухне дежурит первокурсница.
8. Испытывается прибор, состоящий из двух различных узлов A_1 и A_2 . Надежности (вероятности безотказной работы за время Т) узлов A_1 и A_2 известны и равны $p_1=0,8$; $p_2=0,9$. Узлы отказывают независимо друг от друга. По истечении времени Т выяснилось, что прибор неисправен. Найти с учетом этого вероятности гипотез: B_1= {неисправен только первый узел }; B_2 = {неисправен только второй узел}; B_3= { неисправны оба узла }.

ВАРИАНТ 11

1. Студент сдаст экзамен (событие A), если он правильно ответит на два вопроса из билета (события B_1 и B_2) и решит задачу (событие C), или если он правильно ответит на один из вопросов билета (B_1 или B_2) решит задачу и ответит на один дополнительный вопрос (событие D). Найти множество всех элементарных исходов данного опыта. Выразить событие A в поле событий через соответствующие ему элементарные исходы.
2. Брошено три монеты. Предполагая, что все элементарные исходы равновероятны, найти вероятности событий: A = {первая монета выпала гербом вверх }; B={ выпало ровно два герба }; C = {выпало не более двух гербов}.
3. В партии из 20 приборов имеется 3 неисправных. Мастер выбирает наудачу и проверяет один за другим 5 приборов. Какова вероятность того, что при этом ни один из неисправных приборов не будет обнаружен?
4. В лаборатории приготовлено для испытания на прочность 10 образцов, вероятность того, что каждый из них будет подвергнут необратимой деформации (т.е. будет разрушен) при максимальной нагрузке, равна 0,4. Лаборант до основного испытания решил проверить образцы при уменьшенной в два раза нагрузке. Вероятность того, что образец при этом испытании будет разрушен, равна 0,1. Найти вероятность того, что после двух испытаний (предварительного и основного) хотя бы один образец будет разрушен.
5. Из 100 карточек с числами 00, 01, ... 98, 99 случайно выбирается одна. Пусть a - сумка цифр на карточке, а b произведение цифр. Найти $P\{a=i/b=0\}$ для всех возможных значений i.
6. Брошюра в 20 страниц содержит 10 опечаток. Каждая из опечаток с одинаковой вероятностью и независимо от других опечаток может находиться на любой из 20 страниц. Найти вероятность того, что на одной из страниц оказалось не менее двух опечаток.
7. Имеются две партии одинаковых изделий по 15 и 20 шт., причем в первой партии два, а во второй - три бракованных изделия. Наудачу взятое изделие из первой партии переложено во вторую, после чего выбирается наудачу одно изделие из второй партии. Определить вероятность того, что выбранное изделие является бракованным.
8. Счетчик регистрирует частицы трех типов – A, B и C. Вероятность появления этих частиц P(A)=0,2; P(B)=0,5; P(C)=0,3. Частицы каждого из этих типов счетчик улавливает с вероятностями p_1=0,8; p_2=0,2; p_3=0,4. Счетчик отметил частицу. Определить вероятность того, что это была частица типа B.

ВАРИАНТ 12

1. Монету бросают до тех пор, пока на ее верхней грани не выпадет герб. Найти: а) множество элементарных исходов данного эксперимента; б) множество элементарных исходов условного поля событий при условии, что опыт окончился до пятого бросания.
2. Колода из 36 карт хорошо перемешана (то есть все возможные расположения карт равновероятны). Найти вероятность того, что все четыре туза расположены рядом.
3. Из карточек разрезной азбуки составлено слово СТАТИСТИКА. Затем из этих 10 карточек по схеме случайного выбора без возвращения отобрано 5 карточек. Найти вероятность того, что из этих пяти карточек можно составить слово ТАКСИ.
4. Известно, что A и B - наблюдаемые события в эксперименте, причем P(B)=0,4; P(A/B)=0,3; P(A/B)=0,2; $P(A/\overline{B})=0.2$.
   Найти $P(A)$; $P(\overline{A}\cap\overline{B})$; $P(\overline{A}\cup\overline{B})$.
5. Вероятность того, что радиолампа, принадлежащая данной партии, проработает не менее T часов, равна 0,6. Определить вероятность того, что из выбранных наудачу десяти ламп: а) хотя бы одна проработает не менее T часов; б) три лампы проработают не менее T часов.
6. Трое по очереди бросают монету. Выигрывает тот, у кого раньше выпадет "герб". Какова вероятность выиграть тому, кто первый начинает игру?
7. Два автомата производят детали, которые поступают на общий конвейер. Вероятность получения нестандартной детали на первом автомате равна 0,075; на втором – 0,09 . Производительность второго автомата вдвое больше, чем первого. Найти вероятность того, что наудачу взятая с конвейера деталь стандартна.
8. Имеется две урны. В первой урне три белых и четыре черных шара, а во второй - два белых и три черных. Из первой урны наудачу перекладывают во вторую два шара, а затем из второй урны наудачу вынимают один шар. Он оказался белым. Какой состав переложенных шаров является наиболее вероятным?

ВАРИАНТ 13

1. Событие A произойдет, если произойдет событие B и хотя бы одно из трех событий – C_1 , C_2 , C_3 . Найти множество элементарных исходов. Выразить событие A как через соответствующие ему элементарные исходы, так и непосредственно через события B, C_1 , C_2 , C_3 .
2. Симметричную монету дважды бросают на горизонтальную поверхность стола. Какова вероятность выпадения герба: а) хотя бы один раз; б) два раза?
3. Среди кандидатов в студенческий совет факультета 3 первокурсника, 5 второкурсников и 7 третьекурсников. Из этого состава наудачу выбирают пять человек на предстоящую конференцию. Найти вероятности следующих событий: A= {будут выбраны одни третьекурсники}; B = {все первокурсники попадут на конференцию }; C={не будет выбрано ни одного второкурсника}.
4. Экзаменационный билет содержит три вопроса. Вероятности того, что студент ответит на первый и второй вопросы, равны 0,9, на третий – 0,8 . Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого необходимо ответить: а) на все вопросы; б) по крайней мере, на два вопроса билета.
5. В коробке лежат 12 красных, 8 зеленых и 10 синих шаров. Наудачу вынимают два шара. Найти вероятность того, что будут вынуты шары разного цвета, при условии, что не вынут синий шар.
6. Пару одинаковых игральных костей бросают 7 раз. Какова вероятность следующих событий: A = {сумма очков, равная 4 , выпадет дважды} ; B={сумма очков, равная 7, выпадет по крайней мере один раз }.
7. Прибор, установленный на борту самолета, может работать в двух режимах: в условиях нормального крейсерского полета и в условиях перегрузки при взлете и посадке. Крейсерский режим полета осуществляется в 80% всего времени полета, условия перегрузки – в 20%. Вероятность выхода прибора из строя за время полета в нормальном режиме равна 0,1, в условиях перегрузки - 0,4 . Вычислить надежность прибора за время полета.
8. В урне лежит шар неизвестного цвета - с равной вероятностью белый или черный. В урну опускается один белый шар и после тщательного перемешивания наудачу извлекается один шар. Он оказался белым. Какова вероятность того, что в урне остался белый шар?

ВАРИАНТ 14

1. Баскетболист бросает мяч в корзину четыре раза. Построить множество элементарных исходов, соответствующее условному полю событий, при условии, что при первом броске мяч в корзину не попал.
2. Монета подбрасывается три раза. Найти вероятности следующих событий: A = {герб выпал ровно один раз } ; B = { выпало больше гербов, чем решек}; C = {герб выпал не меньше двух раз подряд } .
3. Из партии, состоящей из 20 радиоприемников, наудачу для проверки отбираются три приемника. Партия содержит пять неисправных приемников. Какова вероятность того, что в число отобранных войдут: а) только исправные приемники; б) только неисправные приемники; в) один неисправный и два исправных приемника?
4. Заводом послана автомашина за различными материалами на четыре базы. Вероятность наличия нужного материала на первой базе равна 0,9; на второй - 0,95; на третьей – 0,8; на четвертой – 0,6. Найти вероятность того, что только на одной базе не окажется нужного материала.
5. Бросают три игральные кости. Найти вероятность того, что хотя бы на одной из них выгнало шесть очков, если известно, что на всех трех костях выпали разные грани,
6. На автобазе имеется 12 автомашин. Вероятность выхода на линию каждой из них равна 0,8. Найти вероятность нормальной работы автобазы в ближайший день, если для этого необходимо иметь на линии не менее восьми автомашин.
7. Вероятности попадания в цель для четырех стрелков равны соответственно p_1=0,8; p_2= p_3= p_4=0,2. Для стрельбы по мишени наудачу выбираются двое. Найти вероятность поражения цели, если для этого достаточно одного попадания.
8. На вход радиолокационного устройства с вероятностью 0,8 поступает смесь полезного сигнала с помехой, а с вероятностью 0,2 - только помеха. Если поступает полезный сигнал с помехой, то устройство регистрирует наличие какого-то сигнала с вероятностью 0,7; если только помеха - то с вероятностью 0,3. Известно, что устройство зарегистрировало наличие какого-то сигнала. Найти вероятность того, что в его составе есть полезный сигнал.

ВАРИАНТ 15

1. По мишени стреляют одиночными выстрелами до первого попадания, но не более 5 раз. Построить множество элементарных исходов, соответствующее полю событий данного эксперимента.
2. Подбрасываются три игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших при этом очков не меньше пяти.
3. Для уменьшения общего количества игр на соревнованиях 16 волейбольных команд разбиты по жребию на две подгруппы, по восемь команд в каждой. Найти вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся: а) в разных подгруппах; б) в одной подгруппе.
4. Числитель и знаменатель рациональной дроби написаны наудачу. Какова вероятность того, что эта дробь не сократима на пять?
5. Автоматический станок изготовляет определенного типа детали, каждая из которых имеет дефект с вероятностью р. Детали осматриваются контролером, который обнаруживает имеющийся дефект с вероятностью a, а если дефект им не обнаружен, пропускает деталь в готовую продукцию. Кроме того, контролер может по ошибке забраковать деталь, не имеющую дефекта; вероятность этого равна b. Найти вероятность того, что: а) деталь будет забракована; б) деталь будет забракована ошибочно; в) деталь с дефектом будет пропущена в готовую продукцию.
6. По каналу связи передается 10 сообщений. Каждое сообщение с вероятностью 0,3 (независимо от других) искажается. Найти вероятность того, что: а) все 10 сообщений будут переданы без искажений; б) число искаженных сообщений будет не менее двух, но не более четырех.
7. Имеется две урны. В первой урне три белых и один черный шар, во второй - один белый и два черных. Из первой урны наугад берут три шара, а из второй - два шара и кладут их в третью урну. Шары в третьей урне перемешивают, после чего берут из нее два шара. Найти вероятность того, что эти шары белые.
8. В партии изделий смешаны изделия трех заводов: 1000 изделий первого, 1500 изделий второго и 2500 изделий третьего завода. Известно, что вероятности дефекта для изделий 1-го, 2-го и 3- то завода равны соответственно 0,01; 0,03; 0,1 . Если изделие дефектно, то оно не проходит испытания. Взято наугад одно изделие из смешанной партии; оно не прошло испытания. На каком заводе вероятнее всего оно изготовлено, чему равна эта вероятность?

ВАРИАНТ 16

1. Из первых пяти букв (а, б, в, г, д) русского алфавита наудачу выбирается три по схеме случайного выбора без возвращения и без упорядочивания. Построить множество элементарных исходов данного опыта и множество элементарных исходов, соответствующее условному полю событий при условии, что одна из случайно выбранных букв – а .
2. Подбрасываются две игральные кости. Найти вероятность того, что хотя бы на одной кости выпадет 6 очков.
3. В партии изделий 90 исправных и 10 — бракованных. Мастер берет наудачу 5 изделий. Найти вероятность того, что среди отобранных изделий: а) нет бракованных; б) два бракованных.
4. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Зачет считается сданным, если студент ответит не менее чем на три из четырех поставленных в билете вопросов. Взглянув на первый вопрос билета, студент обнаружил, что он его знает. Какова вероятность того, что студент сдаст зачет?
5. **5.** Производится три независимых выстрела по мишени; вероятности попадания в мишень при первом, втором, третьем выстреле равны соответственно p_1, p_2, p_3 . Найти вероятность того, что произойдет ровно два попадания в мишень.
6. При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0,01. В предположении независимости искажения разных знаков найти вероятность того, что сообщение из 5 знаков: а) не будет искажено; б) содержит ровно одно искажение; в) содержит не менее трех искажений.
7. В первой урне находятся 1 белый и 6 черных шаров$_s$ во второй – 1 черный и 5 белых шаров. Из каждой урны удалили по одному шару, а оставшиеся шары ссыпали в третью урну. Найти вероятность того, что шар, наудачу вынутый из третьей урны, окажется белым.
8. Среди поступающих на сборку деталей с первого станка 0,1% бракованных, со второго - 0,2% , с третьего -0,25% , с четвертого – 05% . Производительности станков относятся как 4:3:2:1 соответственно. Взятая наудачу деталь оказалась стандартной. Найти вероятность того, что она изготовлена: а) на первом; б) на втором; в) на третьем; г) на четвертом станке.

ВАРИАНТ 17

1. В урне лежат 2 белых шара, 1 синий и 1 красный. Из урны один за другим последовательно (без возвращения) вынимают два шара. Найти множество элементарных исходов поля событий данного опыта и множество элементарных исходов, соответствующих условному полю событий, при условии, что первый вынутый шар белого цвета.
2. В шкафу стоят 9 приборов, среди которых 5 новых и 4 бывших в эксплуатации. Лаборант наудачу берет для опыта 4 прибора. Найти вероятность того, что выбраны: а) только новые приборы; б) два новых прибора и два бывших в эксплуатации.
3. Сколько раз нужно бросить игральную кость, чтобы вероятность появления 5 очков хотя бы один раз была больше 0,85?
4. Три орудия ведут огонь по цели, вероятность попадания в которую при одном выстреле из первого орудия равна 0,5 , из второго -0,6; из третьего – 0,7. Зная, что каждое орудие стреляет один раз, найти вероятность поражения цели, если для этого достаточно двух попаданий.
5. Из карточек разрезной азбуки составлено слово ВЕРОЯТНОСТЬ. Карточки перемешиваются, затем три карточки одну за другой вынимают и выкладывают на столе в последовательную, цепочку. Найти вероятность того, что получится слово ОРТ.
6. Известно, что вероятность обнаружения объекта каждой из 10 независимо работающих радиолокационных станций равна 0,6. Найти вероятность того, что объект будет обнаружен по крайней мере тремя станциями.
7. В пункте проката имеется 10 телевизоров, для которых вероятность исправной работы в течение месяца равна 0,9 и 5 телевизоров, для которых эта вероятность равна 0,95. Найти вероятность того, что два телевизора, взятые наудачу в пункте проката, будут работать исправно в течение месяца.
8. По каналу связи может быть передана одна из трех последовательностей букв АААА; ВВВВ; СССС; известно, что вероятности каждой из последовательностей равны соответственно 0,3; 0,4; 0,3. Из-за шумов буква принимается правильно с вероятностью 0,6. Вероятности приема переданной буквы за две другие равны 0,2 и 0,2. Предполагается, что буквы искажаются независимо друг от друга. Найти вероятность того, что передано АААА , если на приемном устройстве получено АВСА.

ВАРИАНТ 18

1. Пусть A, B, C - три события, наблюдаемые в данном эксперименте. Выразить в поле событий событие E = { по крайней мере два из событий A,B, C не произойдут }.
2. Подбрасывают две игральные кости. Наблюдаемый результат - пара чисел, выпавших на верхних гранях. Найти вероятность того, что произведение выпавших чисел равно шести.
3. **3.** К четырехстороннему перекрестку с каждой стороны подъехало по одному автомобилю. Каждый автомобиль может с равной вероятностью совершить один из четырех маневров на перекрестке: развернуться и поехать обратно, поехать прямо, налево или направо. Через некоторое время все автомобили покинули перекресток. Найти вероятности следующих событий: A = {все автомобили поедут по одной и той же улице}; B = {по определенной улице поедут ровно три автомобиля }; C = {по крайней мере по одной из улиц не поедет ни один автомобиль}.
4. Сколько раз нужно бросить симметричную монету, чтобы вероятность появления герба хотя бы один раз была не меньше 0,875?
5. Из урны, содержащей 3 белых и 7 красных шаров, наудачу (по схеме случайного выбора без возвращения) последовательно извлекаются два шара. События: A ={первый вынутый шар белый} ; B = { второй вынутый шар белый }; C = {по крайней мере один из вынутых шаров белый } . Определить вероятности P(B/ A") , P(A/B) и P(A/C) .
6. В ячейку памяти ЭВМ записывается 8-разрядное двоичное число. Значения 0 и 1 в каждом разряде появляются с равной вероятностью. Определить вероятности одедутеих событий: A = {в записи 8-разрядного числа ровно 4 единицы }; B = { в записи числа больше единиц, чем нулей}.
7. Прибор состоит из двух дублирующих друг друга узлов и может работать в одном из двух режимов: нормальном и неблагоприятном. Нормальный режим наблюдается в 80% случаев эксплуатации прибора; неблагоприятный - в 20% случаев. Надежность (вероятность безотказной работы) каждого из узлов в нормальном режиме равна 0,9, в неблагоприятном - 0,6. При выходе из строя (отказе) узла происходит автоматическое и безотказное переключение на дублера. Определить вероятность безотказной работы прибора в любых условиях.
8. Противотанковая батарея состоит из 10 орудий, причем для первой группы из 6 орудий вероятности того, что при одном выстреле произойдут недолет, попадание и перелет, равны соответственно 0,1; 0,7; 0,2. Для каждого из остальных 4 орудий вероятности тех же самых событий равны соответственно 0,2; 0,6 ; 0,2 . Наудачу, выбранное орудие произвело три выстрела по цели, в результате чего было зафиксировано одно попадание, один недолет и один перелет. Какова вероятность того, что стрелявшее орудие принадлежит к первой группе?

ВАРИАНТ 19

1. Производится 5 независимых испытаний, в каждом из которых может произойти или не произойти событие А. Построить множество элементарных исходов условного поля событий, если известно, что событие А произошло три раза.
2. I сентября на первом курсе одного из факультетов запланировано по расписанию три лекции по разным предметам. Всего на первом курсе изучается 10 предметов. Студент, не успевший ознакомиться с расписанием, пытается его угадать. Какова вероятность успеха в данном эксперименте, если считать, что любое расписание из трех предметов равновозможно?
3. Имеется две урны. В первой урне лежат 5 белых шаров, 3 синих и 2 красных, а во второй - 1 белый, 2 синих и 4 красных. Из каждой урны наудачу извлекается по одному шару. Определить вероятность того, что извлеченные шары: а) одного цвета; б) разного цвета.
4. В лаборатории установлены 4 прибора. Вероятности того, что в произвольный момент времени в течение дня эти приборы задействованы в работе, равны соответственно 0,2; 0,5; 0,6; 0,8. Какова вероятность того, что в данный момент времени не менее двух приборов задействованы в работе?
5. Вероятность отказа одного блока системы в .течение времени Т равна0,4; для повышения надежности устройства в систему включается n блоков. Каково должно быть n , чтобы вероятность безотказной работы системы за время Т была бы не менее 0,9 ?
6. Событие В наступает только а тем случае, если событие А появится не менее трех раз. Определять вероятность появления события В, если вероятность появления события А в каждом опыте равна 0,7 и произведено шесть независимых опытов.
7. Завод изготовляет изделия,. каждое из которых независимо от других с вероятностью р имеет дефект. В цехе имеется три контролера; изделие осматривается только одним из них (с одинаковой вероятностью первым, вторым или третьим). Вероятность обнаружения дефекта, если он имеется, для 1-го, 2-го и 3-го контролеров равна соответственно p_1 , p_2 , p_3 . При обнаружении дефекта изделие бракуется. Если изделие НЕ было забраковано в цехе, то оно отправляется на ОТК завода, где дефект, если он имеется, обнаруживается с вероятностью p_o ; изделие, дефект которого обнаружен, бракуется. Найти вероятность того, что изделие будет забраковано.
8. Детали на сборку поступают из трех цехов: 60% - из первого, 30% из второго и 10°/$_0$ - из третьего. При этом вероятности того, что изготовленная деталь отвечает стандарту для I-го 2-го и 3-го цехов, равны соответственно 0,95; 0,98; 0,97. На сборку поступила бракованная деталь. В каком цехе она вероятнее всего изготовлена?

ВАРИАНТ 20

1. **1.** В шахматном матче из четырех партий двух равносильных соперников выигрыши распределились поровну (ничьи зафиксированы не были). Построить множество элементарных исходов, соответствующее условному полю событий данного матча, при указанном условии.
2. Группа из 10 стрелков ведет огонь по 10 целям. Каждый стрелок выбирает себе цель наудачу независимо от других стрелков. Найти вероятность того, что все стрелки будут стрелять по одной цели.
3. В лотерее разыгрывается 1000 билетов. Среди них два выигрыша по 50 рублей, пять — по 20 рублей, десять – по 10 рублей и 25 - по 5 рублей. Некто покупает один билет. Найти вероятность: а) выигрыша не менее 20 рублей; б) какого-либо выигрыша.
4. Контрразведка перехватывает сообщение, посланное по первому каналу, с вероятностью p_1=0,3 , а по второму - о вероятностью p_2=0,9 . Какова вероятность того, что сообщение посланное по двум каналам, дойдет до адресата, если перехваты происходят независимо друг от друга?
5. Известно, что 0,5% всех мужчин и 0,25% всех женщин - дальтоники. На обследование прибыло одинаковое число мужчин и женщин. Наудачу выбранное лицо оказалось дальтоником. Какова вероятность, что это мужчина?
6. Известно, что телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока с вероятностью 0,2 .Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из шести телевизоров: а) не более одного потребует ремонта; б) хотя бы один потребует ремонта; в) три потребуют ремонта.
7. Из десяти студентов, пришедших сдавать экзамен по теории вероятностей и взявших билеты, Иванов и Петров знают 20 билетов из 30 , Сидоров успел повторить только 15 билетов, остальные студенты знают все 30 билетов. Экзаменатор наудачу вызывает отвечать одного из студентов. Какова вероятность того, что вызванный сдал экзамен, если знание билета гарантирует сдачу экзамена с вероятностью 0,85, а при незнании билета можно сдать экзамен лишь с вероятностью 0,1?
8. Однотипные приборы выпускаются тремя заводами в количественном отношении 1:3:5, причем вероятности брака для этих заводов соответственно равны 0,05; 0,01; 0,1. Прибор, приобретенный опытной станцией, оказался бракованным. Какова вероятность того, что данный прибор произведен: а) первым, б) вторым, в) третьим заводами?

ВАРИАНТ 21

1. Пусть A, B , C - три события, наблюдаемые в данном эксперименте. Выразить в поле событий событие E = {из трех событий A, B и C произойдут ровно два }.
2. На полке в случайном порядке расставлено 40 книг, среди которых находится двухтомник Дж.Лондона. Предполагая, что различные расположения книг равновероятны, найти вероятность того, что оба тома двухтомника расположены рядом.
3. Среди 17 студентов группы, из которых 8 отличников, выбирают 7 человек для проведения тестовой контрольной работы. Какова вероятность того, что в этой контрольной работе будут участвовать четыре отличника?
4. Вероятность выигрыша по одному билету лотереи равна 1/7. Какова вероятность того, что обладатель пяти билетов лотереи выиграет: а) по всем пяти; б) не по одному; в) хотя бы по одному билету?
5. Игра проводится до выигрыша одним из двух игроков двух партий подряд. Вероятность выигрыша партии каждым игроком равна 0,5 и не зависит от исходов предыдущих партий. Найти вероятность того, что игра окончится до восьмой партии.
6. Вероятность появления событии A в каждом из 15 независимых опытов равна 0,3 . Определить вероятность появления события A по крайнее два раза.
7. На наблюдательной станции установлены четыре радиолокатора различных конструкций. Вероятность обнаружения цели с помощью первого локатора равна 0,86; второго - 0,90 ; третьего – 0,92; четвертого - 0,95. Наудачу включают два из четырех локаторов. Какова вероятность обнаружения цели?
8. Известно, что 96% выпускаемых заводом изделий отвечают стандарту. Упрощенная схема контроля признает пригодной стандартную продукцию с вероятностью 0,98 и нестандартную - с вероятностью 0,05. Определить вероятность того, что изделие, признанное пригодым при такой схеме контроля, действительно отвечает стандарту.

ВАРИАНТ 22

1. Два шарика случайным образом раскладываются по трем лункам. Построить множество элементарных исходов данного эксперимента, если: а) шарики неразличимы; б) шарики различимы (пронумерованы).
2. Имеется шесть отрезков, длины которых равны соответственно 2, 4, 6 , 8, 10, 12 единицам. Определить вероятность того, что с помощью взятых наудачу трех отрезков из данных шести можно построить треугольник.
3. Для сообщения об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора-автомата. Вероятность того, что при аварии сработает первый сигнализатор, равна 0,95 ; второй - 0,9. Какова вероятность того, что при аварии поступит сигнал: а) хотя бы от одного сигнализатора; б) только от одного сигнализатора.
4. В партии 100 изделий, из них 5 дефектных. Из партии выбирается для контроля 20 изделий. Найти вероятность того, что среди них будет ровно 3 дефектных.
5. Вероятность попасть в самолёт равна 0,4, а вероятность сбить его равна 0,1. Найти вероятность того, что при попадании в самолет он будет сбит.
6. Принимая вероятности рождения мальчика и девочки одинаковыми, найти вероятность того, что среди 10 новорожденных шесть окажутся мальчиками.
7. Производится n ($n \geq 3$) независимых выстрелов зажигательными снарядами по резервуару с горючим. Каждый снаряд попадает в резервуар с вероятностью p. Если в резервуар попал один снаряд, то горючее воспламеняется с вероятностью r, если два снаряда - с вероятностью s, а если три снарядам то с полной достоверностью. Найти вероятность того, что при n выстрелах горючее воспламенится.
8. Партия транзисторов, среди которых 10% дефектных, поступила на проверку. Схема проверки такова, что с вероятностью 0,95 обнаруживается дефект (если он есть), и существует ненулевая вероятность 0,03 того, что исправный транзистор будет признан дефектным. Случайно выбранный из партии транзистор был признан дефектным. Какова вероятность того, что на самом деле транзистор исправен?

ВАРИАНТ 23

1. Поражение боевого самолета может наступить или в результате поражения обоих двигателей (события D_1 и D_2), или в результате попадания в кабину пилота (событие К). Производится длительный обстрел самолета из зенитного орудия. Любое попадание в соответствующий агрегат приводит к его поражению. Пусть событие А = { поражение самолета}. а) описать множество элементарных исходов; б) записать А как непосредственно с помощью событий D_1 , D_2 и К, так и через элементарные исходы.
2. Из колоды в 52 карты наудачу выбираются три. Какова вероятность того, что это тройка, семерка и туз?
3. На полке в случайном порядке расставлено 40 книг, среди которых находится трехтомник А.С.Пушкина. Найти вероятность того, что эти три тома стоят в порядке возрастания номеров слева направо, но не обязательно рядом.
4. Вытачивается деталь прибора в виде прямоугольного параллелепипеда. Деталь считается удачной, если длины каждого из ее ребер отклоняются от заданных размеров не более чем на 0,01 мм. Вероятность отклонений, превышающих 0,01 составляет по длине0,08, по ширине - 0,12, по высоте - 0,1. Найти вероятность непригодности детали.
5. Технический контроль проверяет изделия в партии, состоящей из 80 изделий первого сорта и 20 изделий второго сорта. Проверка первых пяти изделий показала, что все они второго сорта. Чему равна вероятность того, что среди следующих двух наудачу выбранных непроверенных изделий по меньшей мере - одно окажется также второго сорта?
6. Проведено 20 независимых испытаний, каждое из которых состоит в подбрасывании трех симметричных монет. Найти вероятность того, что: а) хотя бы в одном испытании из 20 появятся три "герба"; б) более чем в двух испытаниях появятся три "герба".
7. Противник может применять ракеты трех типов - А , В и С с вероятностями: Р(А)=0,3; Р(В)=0,6; Р(С)=0,1. Вероятности сбить ракету этих типов равны соответственно 0,6; 0,8; 0,9. Известно, что противник применил две ракеты одного типа, но не установлено какого именно. Определить вероятность того, что обе ракеты будут сбиты.
8. Имеются пять урн следующего состава: 2 урны состава A_1 (по 2 белых и 3 черных шара), 2 - состава A_2 (по 1 белому и 4 черных шара) и 1 - состава A_3 (4 белых и 1 черный шар). Из наудачу выбранной урны, не глядя, берется один шар. Он оказался белым. Определить вероятность того, что шар вынут из урны: а) первого состава; б) третьего состава.

ВАРИАНТ 24

1. Из пяти цифр (1, 2 , 3 ,4 , 5) наудачу выбираюп три (без возвращения и упорядочивания). Построить множество элементарных исходов данного эксперимента и множество элементарных исходов, соответствующее условному полю событий при условии, что одна из выбранных цифр - 1 .
2. Игральную кость бросают два раза. Наблюдаемый результат - пара чисел, выпавших на верхней грани в первый и второй раз. Какова вероятность того, что сумма, выпавших очков равна 6?
3. Среди 25 студентов группы, в которой 10 девушек, разыгрывается 5 билетов. Определить вероятность того, что среди обладателей билетов окажутся две девушки.
4. Рабочий обслуживает четыре станка. Вероятность того, что в течение часа первый станок не потребует внимания рабочего, равна 0,3 ; второй - 0,4 ; третий -0,7; четвертый – 0,4. Найти вероятность того, что в течение часа ни один станок не потребует внимания рабочего.
5. Студент готов ответить на 25 вопросов из 30 , имеющихся в билетах. Найти вероятность того, что он ответит на три поставленных ему вопроса.
6. Для стрелка, выполнявшего упражнения в тире, вероятность попасть в "десятку" при одном выстреле не зависят от результатов предшествующих выстрелов и равна 1/4. Спортсмен сделал 5 выстрелов. Найти вероятности следующих событий: A={имелось ровно одно попадание в "десятку"}; B={имелось два или три попадания в "десятку"}.
7. В продажу поступают телевизоры трех заводов. Продукция первого завода содержит 20% телевизоров со скрытым дефектом, продукция второго – 10% и третьего - 5 %. Какова вероятность приобрести исправный телевизор, если в магазин поступило 30% телевизоров с первого завода, 20% со второго и 50% с третьего?
8. Прибор состоит из двух последовательно включенных узлов. Надежность (вероятность безотказной работы в течение времени T) первого узла равна 0,9; второго – 0,8 . За время испытания прибора в течение времени T зарегистрирован отказ прибора. Найти вероятности следующих событий: A_1={отказал только первый узел}, A_2 = {отказали оба узла}.

ВАРИАНТ 25

1. Пусть *A*,B, C - три события, наблюдаемые в данном эксперименте. Выразить в поле событий событие E={из трех событий A , B, C произойдет не менее двух } .
2. Игральную кость подбрасывают три раза. Наблюдаемый результат - цифры, выпавшие на верхней грани. Какова вероятность того, что выпавшие цифры различны?
3. Телефонная книга раскрывается наудачу и выбирается случайный номер телефона. Считая, что телефонные номера состоят из 7 цифр, причем все комбинации цифр равновероятны, найти вероятности следующих событий: A= {четыре последние цифры телефонного номера одинаковы}; B= { среди цифр телефонного номера ровно три одинаковых } ; C = {все цифры телефонного номера различны }.
4. Производится три повторных независимых измерения некоторой физической величины. Вероятность того, что при одном измерении (любом) ошибка выйдет за пределы допуска, равна 0,1 . Найти вероятности следующих событий: A = {во всех проведенных измерениях была достигнута заданная точность }; B ={ не более чем в одном измерении ошибка выйдет за пределы допуска } ; C = { по крайней мере в двух измерениях подряд была достигнута заданная точность }.
5. Группа из трех самолетов вылетает на выполнение боевого задания. Каждый самолет несет одну бомбу. Перед выходом на цель самолеты должны пройти зону зенитной обороны противника, в которой каждый из них монет быть сбит с вероятностью 0,3 . Вероятность попадания при сбрасывании одной бомбы для всех самолетов одна и та же и равна 0,4. Найти вероятность того, что в цель попадет хотя бы одна бомба.
6. Вероятность наличия, признака *a* у данного растения равна 0,8. Найти вероятность того, что из 10 наудачу взятых для проверки растений признаком *a* обладают: а) не менее трех растений; б) более семи растений.
7. Шесть шаров, среди которых *3* белых и 3 черных, распределены по двум урнам. Наудачу выбирается урна, а из нее - шар. Как нужно распределить шары по урнам, чтобы вероятность события A = {вынутый шар белый } была максимальной?
8. В группе из 25 человек, пришедших сдавать экзамен по теории вероятностей, имеется 10 отличников, 7 подготовлены хорошо, 5 - удовлетворительно и 3 человека плохо подготовлены. Отличники знают все 25 вопросов программы, хорошо подготовленные – 20, подготовленные удовлетворительно - 15 , и плохо подготовленные знают лишь 10 вопросов. Вызванный наудачу студент ответил на два заданных вопроса. Найти апостериорные вероятности следующих гипотез: H_1 = {студент подготовлен отлично или хорошо}; H_2 = {студент подготовлен удовлетворительно}; H_3={студент подготовлен плохо } .

ВАРИАНТ 26

1. Из урны, содержащей 2 белых и 2. красных шара, последовательно вынимают 2 шара (без возвращения, с упорядочиванием). Построить множество элементарных исходов данного эксперимента в случае, если: а) шары одного цвета неразличимы по виду; б) шары одного цвета различимы (пронумерованы).
2. Подбрасываются две игральные кости. Найти вероятность того, что числа выпавших очков на обеих костях совпадают.
3. В коробке лежат 15 теннисных мячей, среди которых 5 - новых и 10 - бывших в игре. Наудачу для игры отбирают 5 мячей. Найти вероятность того, что среди отобранных мячей: а) три новых; б) ни одного нового.
4. Четыре члена туристского клуба посещают его каждый выходной с вероятностями соответственно 0,3 ; 0,5 ; 0,8 ; 0,95 . Найти вероятность того, что в наудачу выбранный выходной день в клубе окажутся не менее чем трое из них.
5. В спортивном тире имеется 10 ружей, из которых 3 - новых (не пристрелянных). Вероятность попасть в цель из нового ружья равна 0,2. Спортсмен берет наудачу одно из ружей и стреляет из него в цель. Определить вероятность события А = {спортсмен попал в цель из нового ружья} .
6. Проведено10 независимых испытаний, каждое из которых состоит в одновременном подбрасываний трех игральных костей. Найти вероятность того, что четыре раза появится ровно две "шестерки".
7. Литье в болванках поступает из трех заготовительных цехов: 50% - из первого, 30% - из второго, 20%- из третьего. При этом материал первого цеха имеет 8% брака, второго - 6 % и третьего - 4%. Найти вероятность того, что наудачу взятая болванка не имеет дефектов.
8. Для участия в студенческих отборочных спортивных соревнованиях выделено из первой группы четыре студента, из второй - шесть, из третьей – пять. Вероятности того, что отобранный студент из первой, второй, третьей группы попадет в сборную института, равны соответственно 0,5; 0,4 и 0,3. Наудачу выбранный участник соревнований попал в сборную. К какой из этих групп он вероятнее всего принадлежит?

ВАРИАНТ 27

1. Наудачу составляется телеграфное сообщение из четырех знаков вида "точка" и "тире". Найти множество элементарных походов данного эксперимента и его подмножества, соответствующие событиям А = {сообщение содержит не менее трех точек}; В={ сообщение содержит ровно одну точку }.
2. В записанном телефонном номере три последние цифры стерлись. В предположении, что все комбинации трех стершихся цифр равновероятны, найти вероятности событий: А ={стерлись различные цифры, отличные от 1, 3 , 5}; В={две из стершихся цифр совпадают } .
3. Из колоды в 36 карт наудачу вынимают три карты. Найти вероятность того, что среди них окажется ровно один туз.
4. Имеется *n,* радиолокационных станций, следящих за одним объектом. Каждая станция обнаруживает объект независимо от других станций с вероятностью р .Найти вероятность того, что объект будет обнаружен.
5. Среди 25 экзаменационных билетов 5 "хороших". Два студента по очереди берут по одному билету. Найти вероятность того, что:
   а) первый студент взял "хороший" билет;
   б) второй студент взял "хороший" билет;
   в) оба студента взяли "хорошие" билеты.
6. В мастерской имеется десять моторов. При существующем режиме работы вероятность того, что мотор в данный момент работает с полной нагрузкой, равной 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент не менее восьми моторов работают с полной нагрузкой.
7. Орудийная батарея состоит из четырех орудий. Два орудия попадают в цель при одном выстреле с вероятностью 0,6, а два других - с вероятностью 0,7 . Для поражения цели достаточно двух попаданий, а при одном попадании вероятность поражения цели равна 0,8. Какое-то орудие (наудачу взятое) выстрелило дважды. Найти вероятность поражения цели.
8. В партии из 100 изделий число бракованных не может превысить пяти, причем все значения (0, 1, 2, 3, 4, 5) числа бракованных изделий одинаково возможны. Зная, что из десяти наудачу взятых изделий девять оказались годными, найти вероятность того, что все оставшиеся изделия являются годными.

ВАРИАНТ 28

1. Монету бросают до тех пор, пока на верхней стороне не выпадет герб, но не более пяти раз. Построить множество элементарных исходов данного эксперимента.
2. Какова вероятность того, что квадрат выбранного наудачу целого числа будет оканчиваться единицей или четверкой?
3. 12 студентов, среди которых Иванов и Петров, случайным образом занимают очередь за учебниками в библиотеку. Какова вероятность, что между Ивановым и Петровым в образовавшейся очереди окажутся ровно 5 человек?
4. В барабане револьвера 7 гнезд, из них в пяти заложены патроны, а два оставлены пустыми. Барабан приводится во вращение, в результате чего против ствола случайным образом оказывается одно из гнезд. После этого нажимается спусковой курок. Если ячейка пустая, выстрела не происходит. Найти вероятность того, что повторив опыт 2 раза, мы оба раза не выстрелим.
5. В семье двое детей. Считая, что рождение мальчика и девочки независимые и равновероятные события, вычислить вероятность того, что оба ребенка - мальчики, если известно, что в семье есть мальчик.
6. На испытательном стенде испытывают 10 приборов. Вероятность того, что в течение часа откажет какой-то определенный из этих приборов, равна 0,1 , и эта вероятность одна и та же для какого прибора. Найти вероятность того, что в течение часа отажет: а) хотя бы один из приборов; б) не менее двух, но и не более четырех приборов.
7. Имеются две урны. В первой урне два белых и три черных шара, во второй – три белых и пять черных. Из урн, не глядя, берут по одному шару и кладут их в третью урну. Шары в третьей урне перемешивают и берут из нее наугад один шар. Найти вероятность того, что этот шар белый.
8. С первого автомата на сборку поступает 40 % , со второго – 55%, с третьего – 25% деталей. Среди деталей первого автомата 0,2% бракованных; второго – 0,3%; третьего - 0,5% . Найти вероятность того, что деталь, оказавшаяся бракованной, изготовлена на втором автомате.

ВАРИАНТ 29

1. Игральный кубик бросают на поверхность стола до тех пор, пока на верхней грани не выпадет 6 очков. Построить множество элементарных исходов данного опыта и его подмножество, соответствующее событию А ={ опыт окончился до третьего бросания}.
2. В чулане лежат 10 пар ботинок. Из них случайно выбирают 4 ботинка. Найти вероятность того, что среди выбранных ботинок: а) нет парных; б) имеется ровно I пара.
3. Из 60 вопросов, входящих в экзаменационные билеты, студент подготовил 50. Какова вероятность того, что взятый наудачу студентом билет, содержащий 2 вопроса, будет состоять из подготовленных им вопросов?
4. Абонент забыл последнюю цифру номера телефона и поэтому набирает ее наудачу. Определить вероятность того, что ему придется звонить не более чем в четыре места.
5. Происходит воздушный бой между истребителем и бомбардировщиком. Начинает стрельбу истребитель: он дает по бомбардировщику один выстрел и сбивает его с вероятностью 0,2. Если бомбардировщик не сбит, он отвечает истребителю огнем и сбивает его с вероятностью 0,3. Если истребитель не сбит, он продолжает атаку, подходит к бомбардировщику ближе и сбивает его с вероятностью 0,4 . Найти вероятности следующих исходов воздушного боя: А={сбит бомбардировщик }; В = {сбит истребитель} ; С={ни один из самолетов не сбит }.
6. Имеется 5 радиостанций, с которыми поддерживается связь. Из-за атмосферных помех вероятность связи с каждой равна 0,2. Найти вероятность того, что в настоящий момент времени имеется связь не менее чем с двумя радиостанциями.
7. С первого автомата на сборку поступает 40%, со второго -40%, с третьего – 20% деталей. Среди деталей первого автомата 0,1% бракованных; второго -0,15%, третьего – 0,3% . Найти вероятность того, что поступившая на сборку деталь бракованная.
8. Два стрелка независимо друг от друга стреляют по одной и той же мишени, делая каждый по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень дня первого стрелка равна 0,8 ; для второго – 0,4 . После стрельбы в мишени обнаружена одна пробоина. Найти вероятность того, что эта пробоина принадлежит первому стрелку (исход {обе пробоины совпали } отбрасываем, как ничтожно маловероятный).

ВАРИАНТ 30

1. Пусть A, B, C - три события, наблюдаемые в данном эксперименте. Выразить в поле событий события E_1= {из трех событий A, B и C произойдет хотя бы одно} и E_2={ из трех событий A, B и C произойдет ровно одно }.
2. Наудачу выбирается пятизначное число. Каковы вероятности следующих событий: A ={число кратно пяти } ; B ={число состоит из нечетных цифр} .
3. Из урны, содержащей 15 шаров, из которых 7 белых и 8 черных, наудачу вынимают 6 шаров (без возвращения). Найти вероятности следующих событий: A = {все вынутые шары белые}; B ={среди вынутых шаров ровно 4 белых}.
4. Деталь проходит три операции обработки. Вероятность того, что она окажется бракованной после первой операции, равна 0,02; после второй – 0,03; третьей – 0,02. Найти вероятность того, что деталь окажется без брака после трех операций, предполагая, что появление брака на отдельной операции не зависит от результата на других операциях.
5. Шахматный матч состоится с вероятностью p. Вероятность выиграть матч для данного шахматиста равна a. Найти вероятность того, что шахматист одержит победу в предстоящем матче.
6. Вероятность изготовления стандартной детали данным мастером равна 0,3. Какова вероятность того, что среди десяти изготовленных им деталей окажется: а) не более одной нестандартной; б) две нестандартных?
7. На распределительной базе находятся электромоторы, изготовленные на двух заводах. Среди них 60% изготовлено первым заводом и 40% - вторым. Известно, что на каждые 100 электромоторов, изготовленных первым заводом, 20 - высшего качества, а из 100 штук, изготовленных на втором заводе, 30 высшего качества. Определить вероятность того, что взятый наудачу с базы электромотор - высшего качества.
8. Телеграфное сообщение состоит из сигналов "точка" и "тире". Статистические свойства помех таковы, что искажается в среднем 25% сообщений "точка" и 20% сообщений "тире". Известно, что во время передачи сигналы "точка" и "тире" встречаются в отношении 3:2. Определить вероятность того, что принят передаваемый сигнал, если: а) принят сигнал "точка"; б) принят сигнал "тире".

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму.
2-5. Исследовать на сходимость указанные ряды с положительными членами.
6, 7. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды.
8, 9. Найти область сходимости степенного ряда.
10. Разложить в ряд Маклорена функцию $f(x)$. Указать область сходимости полученного ряда к этой функции.
11. Вычислить указанную величину приближенно с заданной степенью точности ε, воспользовавшись разложением в степенной ряд соответствующим образом подобранной функции.

ВАРИАНТ 1	**ВАРИАНТ 2**
1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+2)}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n(n+2)!}{n^5}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10^n}{\left(\frac{n+1}{n}\right)^n}$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+1}{4n^2+1}\right)^2$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^3+2}}$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)\cdot 3^n}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^3}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n x^n}{n^2+1}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-4)^{2n-1}}{2n-1}$. 10. $f(x)=\cos 5x$. 11. e, $\varepsilon=0.0001$.	1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n+4^n}{12^n}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7n+1}{5^n(n+1)!}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{5n-1}{5n}\right)^{n^2}$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n+2)\ln(3n+2)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n^5}}$. 6. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)!}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\,x^{n-1}}{2^{n-1}\cdot 3^n}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{n\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)}$. 10. $f(x)=x^3\operatorname{arctg}x$. 11. $\sqrt[5]{250}$, $\varepsilon=0.01$.
ВАРИАНТ 3 1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+5)(2n+7)}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{7}{8}\right)^n\left(\frac{1}{n}\right)^7$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{2n+1}\right)^n$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)\ln^3(2n+1)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{5n+2}$. 6. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2+1}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{3n}}{8^n}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{2^n}$. 10. $f(x)=\sin x^2$. 11. $\sin 1$, $\varepsilon=0.00001$.	**ВАРИАНТ 4** 1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n+5^n}{10^n}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}(2n+1)\operatorname{tg}\frac{\pi}{3^n}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(\ln(n+2))^n}$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[4]{(4n+5)^3}}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^3+3n}}$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}n}{6n+5}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\ln(n+1)}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n\cdot 2^n}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{n^2}$. 10. $f(x)=\frac{x^2}{1+x}$. 11. $\sqrt{1.3}$, $\varepsilon=0.001$.

ВАРИАНТ 5	ВАРИАНТ 6
1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+5)(n+6)}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^{\frac{n}{2}}}{3^n}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\arcsin\frac{1}{2^n}\right)^{3n}$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n+4)\ln^2(3n+4)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$ 6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^5}}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n\cdot 2^n}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{n!}$. 10. $f(x)=\cos\left(\frac{2}{3}x^2\right)$. 11. $\operatorname{arctg}\frac{\pi}{10}$, $\varepsilon=0.001$.	1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n-2^n}{10^n}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4\cdot 5\ldots(n+3)}{5\cdot 7\ldots(2n+3)}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n^2+5n+8}{3n^2-2}\right)^n$ 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[4]{(7n-5)^5}}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\ln(n+2)}$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cdot 2^n}{n^4}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n+1}}{2n+1}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{(n+1)!}$. 10. $f(x)=\frac{2}{1-3x^2}$. 11. $\ln 3$, $\varepsilon=0.0001$.
ВАРИАНТ 7	**ВАРИАНТ 8**
1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+9)(2n+7)}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n-3^n}{12^n}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{5^n}\right)^n$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+7}{n^2+49}\right)^2$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{3^n}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n 2^n}{2n-1}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{2^n(n+3)}$. 10. $f(x)=\sin\left(\frac{2}{3}x^4\right)$ 11. $\frac{1}{\sqrt{e}}$, $\varepsilon=0.0001$.	1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n-3^n}{12^n}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 7\ldots(6n-5)}{2\cdot 3\ldots(n+1)}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}\frac{1}{2^n}$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n-1)\ln(3n-1)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3n-1}$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)n}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n^2+1)}{n^3}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}(\ln x)^n$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+5)^n}{\sqrt[3]{n+1}\sqrt{n^2+1}}$. 10. $f(x)=\frac{1}{1+x}$. 11. $\lg e$, $\varepsilon=0.0001$.
ВАРИАНТ 9	**ВАРИАНТ 10**
1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+7)(n+6)}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n(n+1)}{5^n}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(\ln(n+1))^{2n}}$. 4. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}\ln\frac{n+1}{n-1}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\frac{\pi}{3^n}$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n+1}}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^3+1}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n(n+1)}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}2^n(x+2)^n$. 10. $f(x)=e^{3x}$. 11. π, $\varepsilon=0.00001$.	1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n+5^n}{15^n}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+2)!}{n^n}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\operatorname{tg}\frac{\pi}{5^n}\right)^{3n}$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(5n-2)\ln(5n-2)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+3}{n(n+1)}$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n\cdot\sqrt[3]{n}}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(\ln(n+1))^n}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{3n}}{(n^2+1)\cdot 8^n}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{n^2}$. 10. $f(x)=\frac{1}{\sqrt{e^x}}$. 11. e^2, $\varepsilon=0.001$.

ВАРИАНТ 11

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+9)(n+10)}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty} n\cdot\sin\frac{2\pi}{3^n}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(\ln(n+3))^n}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{6+n}{n^2+36}$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n-1}{n^2+1}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}$.
7. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\ln^2 n}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)x^n$.
9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!(x+10)^n}{n^n}$.
10. $f(x)=e^{-\frac{x^2}{2}}$.
11. $\cos 2^\circ$, $\varepsilon=0.001$.

ВАРИАНТ 12

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n-3^n}{15^n}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)^{\frac{n}{2}}}{n!}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n^2+4n+5}{6n^2-3n-1}\right)^{n^2}$.
4. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\ln^2 n}$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\ln(n+3)}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+5)}{3^n}$.
7. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty} x^n\operatorname{tg}\frac{\pi}{2^n}$.
9. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x+5)^{n^2}}{(n+1)^n}$.
10. $f(x)=e^{-x^2}$. 11. $\sqrt[3]{80}$, $\varepsilon=0.001$.

ВАРИАНТ 13

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+7)(n+8)}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{5^n(n+3)!}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{2n}\right)^{n^2}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[5]{(3n-1)^4}}$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{3n^2+5}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}n}{3n-1}$.
7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n\ln n}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10^n x^n}{\sqrt{n}}$. 9. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\sqrt{\ln^3(n+1)}}{n+1}(x+1)^n$.
10. $f(x)=2^{-x^2}$. 11. $\ln 5$, $\varepsilon=0.001$.

ВАРИАНТ 14

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n+7^n}{14^n}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot6\ldots(5n-4)}{3\cdot7\ldots(4n-1)}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sin\frac{\pi}{n^3}\right)^{2n}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+2)\ln(n+2)}$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3n^2-n+1}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n-1}$.
7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}n}{(n+1)!}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!x^n}{n^n}$. 9. $\sum_{n=0}^{\infty}(2-x)^n\sin\frac{\pi}{2^n}$.
10. $f(x)=5^x$. 11. $\operatorname{arctg}\frac{1}{2}$, $\varepsilon=0.001$.

ВАРИАНТ 15

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+2)(n+3)}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{(n+3)!}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{4n}\right)^{3n}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(10n+5)\ln(10n+5)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{2^{n-1}}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n-1)\cdot 3^n}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n}{12^n}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{n+1}}{5^{n+1}n}$. 9. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(3-2x)^n}{n\ln^2 n}$.
10. $f(x)=x\cos\sqrt{x}$.
11. $\sqrt[6]{738}$, $\varepsilon=0.001$.

ВАРИАНТ 16

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^n-2^n}{14^n}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty} n^3\operatorname{tg}\frac{2\pi}{5^n}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n}{\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[6]{(2n+3)^7}}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n(n+4)}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)^{3/2}}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^2}$. 9. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(3n-2)(x-3)^n}{(n+1)^2 2^{n+1}}$.
10. $f(x)=\frac{\sin 3x}{x}$.
11. $\sqrt[3]{e}$, $\varepsilon=0.00001$.

ВАРИАНТ 17

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+3)(n+4)}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+3}{(n+1)!}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(\ln^3(n+1))^n}$.

4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{25+n^2}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{2\pi}{3^n}$.

6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n}{9n-1}$.

8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(0.1)^n x^{2n}}{n}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{n^2}$.

10. $f(x)=xe^{-x}$.

11. $\sin 1°$, $\varepsilon=0.0001$.

ВАРИАНТ 18

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n+5^n}{20^n}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{(2n+3)!}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n-1}{3n}\right)^{n^2}$.

4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+3)\ln(n+3)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)(n+3)}$.

6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{3n^2+1}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}$.

8. $\sum_{n=1}^{\infty}(\lg x)^n$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{(2n-1)\cdot 2^n}$.

10. $f(x)=x^2\sin x$.

11. $\sqrt[3]{8.36}$, $\varepsilon=0.001$.

ВАРИАНТ 19

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+5)(n+4)}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)^n}{n!}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\arcsin\frac{1}{3^n}\right)^n$.

4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+3)\ln^5(2n+3)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\cdot 3^{2n}}$.

6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(5n+1)^n}$.

8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{5^n}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\sqrt[3]{n+2}(x-2)^n}{n+1}$.

10. $f(x)=\frac{\sin x}{x}$.

11. $\ln 10$, $\varepsilon=0.0001$.

ВАРИАНТ 20

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n-4^n}{20^n}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\cdot 5\ldots(3n-1)}{3\cdot 7\ldots(4n-1)}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{2n}\right)^{n^2}$.

4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[8]{(9n+4)^5}}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)\cdot 3^n}$.

6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n\cdot 5^n}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\ln n}{7^n}$.

8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n x^n}{(2n+1)^2\sqrt{3^n}}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+5)^{2n-1}}{2n\cdot 4^n}$.

10. $f(x)=\frac{\mathrm{arctg}\,x}{x}$.

11. $\arcsin\frac{1}{3}$, $\varepsilon=0.001$.

ВАРИАНТ 21

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)(2n+3)}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty}(3n-1)\sin\frac{\pi}{4^n}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n^2-n-1}{7n^2+3n+4}\right)^n$.

4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(9n-4)\ln^2(9n-4)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n\sqrt[3]{n}}$.

6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n!}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+1)}{n^2}$.

8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{\sqrt{n}}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+1)^n(2n-1)^n}{2^{n-1}n^n}$.

10. $f(x)=x^3\cos x$.

11. $\lg 7$, $\varepsilon=0.001$.

ВАРИАНТ 22

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^n+3^n}{21^n}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n!}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{3n+1}\right)^n$.

4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+3}{n^2-2n+9}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{2n-1}$.

6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n 3}{\ln(n+1)}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}n^3}{n^2+1}$.

8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n\cdot 2^n}{\sqrt{n}}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+3)^n}{n^2}$.

10. $f(x)=2^x$.

11. $\sqrt{e}$, $\varepsilon=0.0001$.

ВАРИАНТ 23	ВАРИАНТ 24
1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+3)(2n+5)}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n-1}{\sqrt{n\cdot 7^n}}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\arcsin\frac{1}{3n}\right)^{2n}$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(5n+8)\ln^3(5n+8)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n^3+2}$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{5n(n+1)}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\sin\frac{\pi}{8^n}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-x)^{n+1}}{n^3}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+2)^{n^2}}{n^n}$. 10. $f(x)=3^x$. 11. $\cos 10°$, $\varepsilon=0.0001$.	1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^n-3^n}{21^n}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 5\ldots(4n-3)}{1\cdot 4\ldots(3n-2)}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{2n}\right)^{5n}$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[8]{(7n-5)^3}}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{4n}$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{2n+1}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot 3^n}{2n+2}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n\cdot 3^n}{\sqrt[3]{n}}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{(x-2)^{2n}}{2n}$. 10. $f(x)=e^{-2x}$. 11. $\cos 10°$, $\varepsilon=0.0001$.
ВАРИАНТ 25	**ВАРИАНТ 26**
1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{4n!}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}}{5^n}$ 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+4)\ln(n+4)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^3+1}$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cdot 3^n}{(2n+1)^n}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)(n+4)}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{2^n\sqrt{3n-1}}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^{2n}}{n\cdot 9^n}$. 10. $f(x)=x\,\mathrm{arctg}\,x$. 11. $\sqrt[10]{1080}$, $\varepsilon=0.001$.	1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{8^n+3^n}{24^n}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\ldots(2n-1)}{2\cdot 7\ldots(5n-3)}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\mathrm{tg}\frac{\pi}{2n+1}\right)^{n}$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(8n+3)\ln^3(8n+3)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n^2+5}$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n+5}}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\sin^n\frac{\pi}{6n}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n\cdot 2^n}{\sqrt{2n-1}}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}(x-2)^n}{(n+1)\ln(n+1)}$. 10. $f(x)=x\sin x^2$. 11. $\frac{1}{e}$, $\varepsilon=0.0001$.
ВАРИАНТ 27	**ВАРИАНТ 28**
1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n+1)(3n+4)}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{(n+1)!}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sin\frac{\pi}{5n+1}\right)^{n}$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{(4n-3)^3}}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2+4}$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+5)}{3^n}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}(2n+1)}{n(n+2)}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n(n+1)^2}{2^n}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{n\cdot 5^n}$. 10. $f(x)=x\cos x^3$. 11. $\sin\frac{\pi}{10}$, $\varepsilon=0.0001$.	1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{8^n-3^n}{24^n}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n-1)^3}{(2n)!}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\mathrm{arctg}\frac{1}{2n-1}\right)^{2n}$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(10n+3)\ln^2(10n+3)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{n^2+4}$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n+7)^n}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n-3)}{n^2-1}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n\cdot 5^n}{\sqrt[3]{n}\cdot 6^n}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n(2n-1)^n}{(3n-2)^n}$. 10. $f(x)=x\sin x^4$. 11. $\sqrt[4]{90}$, $\varepsilon=0.001$.

ВАРИАНТ 29	**ВАРИАНТ 30**
1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n+2)(3n+5)}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{5^n(2n+1)}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10^n}{\ln^n(n+5)}$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n^2-n+4}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{5n^2+3}$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{(3n-2)!}$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}\cdot\sqrt[5]{(n+1)^3}}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}x^n\mathrm{tg}\frac{1}{n}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^{2n}}{(n+1)\ln(n+1)}$. 10. $f(x)=x\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$. 11. $\frac{1}{\sqrt[7]{136}}$, $\varepsilon=0.001$.	1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{9^n-2^n}{18^n}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{\sqrt{n\cdot 2^n}}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\arcsin\frac{n+3}{2n+5}\right)^n$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+5)\ln(n+5)}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)(n+6)}$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n n\ln\left(1+\frac{1}{n^2}\right)$. 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{4n}{5n+1}\right)^n$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{5^n}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{(x-5)^n}{n\cdot 3^n}$. 10. $f(x)=x\cdot 5^x$. 11. $\frac{1}{\sqrt[3]{e}}$, $\varepsilon=0.001$.

Разноуровневые практические задания
для проведения промежуточной аттестации обучающихся
(комплект разноуровневых задач / заданий)

1 Задачи репродуктивного уровня

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Вычислить AB.
2. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$. Найти матрицу $3A^2$.
3. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$.
4. Вычислить длину вектора $\overline{a} = (2, -4, 1)$.
5. Даны вершины треугольника ABC: A(2; -3) B(0; -2) и C(3; 1). Найти косинус угла A.
6. Составить уравнение прямой, проходящей через т. M(2; -7), параллельно прямой $3x + 5y + 15 = 0$.
7. Составить уравнение прямой, проходящей через две точки A(2; -3) и B(3; 1).
8. Дано каноническое уравнение кривой $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{7} = 1$. Определить вид кривой, найти уравнение директрис. Сделать чертеж.
9. Дано каноническое уравнение кривой $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$. Определить вид кривой, найти координаты вершин.
10. Дано каноническое уравнение кривой $y^2 = -8x$. Определить вид кривой, найти координаты фокуса.
11. Вычислить пределы функций:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1-4x^2}{2x^2-3x-3} \qquad \lim_{x\to\infty} \frac{1-4x}{2x^2-3x-3}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 5x}{2x} \qquad \lim_{x\to 1} \frac{3x^2-2x-1}{2x^2-x-1}$$

12. Вычислить производную:

$$y = 3x^4 + 5x - 6 \qquad y = x + \cos^3 5x$$

$$y = e^{3x} \sin 5x \qquad y = \frac{\sin 3x}{\sqrt{x}}$$

13. Составить уравнение касательной к кривой $y = 3x^3 - 2x^2 - 6x + 4$ в точке $M(1; -1)$.

14. Вычислить интегралы

$$\int \frac{dx}{(4x-5)^3} \qquad \int \frac{dx}{9x^2+4} \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{9-4x^2}}$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 3x} \qquad \int tg(3-5x)dx \qquad \int \frac{e^x}{4+e^{2x}}dx$$

$\int x\ln x dx$	$\int xe^{3x}dx$	$\int x\cos 2x dx$
$\int \frac{dx}{x^2+4x}$	$\int_0^2 \frac{x+2}{x-3}dx$	$\int_0^1 \frac{dx}{x^2+x-20}$
$\int \cos^2 3x dx$	$\int \sin x\cos 3x dx$	$\int_{-2}^{2} \frac{xdx}{\sqrt{9+4x^2}}$
$\int_2^3 \frac{dx}{\sqrt{4x-5}}$	$\int_1^2 \frac{dx}{9x^2-4}$	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{9+4x^2}}$
$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{4+\cos x}dx$	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin 2x dx$	$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 3x dx$

15. Вычислить среднее значение функции $y(x) = 3x^2 + 4x + 5$ на интервале $[0,3]$.
16. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 6 - x^2$ и $y = 2$.
17. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 6x - 6$ и $x + y - 6 = 0$.
18. Вычислить длину дуги параболы $y = x^2 - 4$, отсеченной прямой $y = 0$.
19. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной кривой $y = x^2 - 5x$ и прямой $y = 0$.
20. Три стрелка делают залп по одной цели. Построить множество элементарных исходов, соответствующее полю событий данного эксперимента.
21. Среди 20 студентов группы, из которых 5 отличников, случайно выбирают 3 человек для участия в тестовой работе. Какова вероятность того, что будут выбраны только отличники?
22. Подбрасывают две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков больше 9.
23. Три стрелка производят залп по одной мишени. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,7, для второго – 0,8, для третьего – 0,9. Найти вероятность того, что никто не попадет в цель.
24. Три ящика содержат по 10 деталей. В первом ящике — 6 стандартных деталей, во втором — 7, в третьем — 9. Из наудачу взятого ящика вынимают одну деталь. Найти вероятность того, что она окажется стандартной.
25. Бросают четыре монеты. Найти вероятность того, что герб выпадет ровно два раза.
26. Игральная кость подбрасывается один раз. Случайная величина X – количество очков на кости. Составить закон распределения вероятностей случайной величины X. Найти $M(X)$, $D(X)$ и $\sigma(X)$. Составить функцию распределения и построить ее график.
27. Найти дисперсию дискретной случайной величины, заданной законом распределения вероятностей:

x_i	-1	2	3
p_i	0,2	0,6	?

28. Найти плотность вероятностей случайной величины X, заданной интегральной функция распределения вероятностей

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ \dfrac{3x+x^2}{10}, & 0<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$$

29. Непрерывная случайная величина X распределена по равномерному закону с параметрами $a=10$ и $b=14$. Найти математическое ожидание, дисперсию.
30. Найти математическое ожидание и дисперсию, плотность распределения вероятностей случайной величины X, заданной интегральной функция распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1,\\ \dfrac{x-1}{2}, & 1<x\le 3,\\ 1, & x>3.\end{cases}$$

31. Непрерывная случайная величина X распределена по показательному закону с параметром $\lambda = 3$. Найти интегральную функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию.
32. Найти математическое ожидание случайной величины X, заданной дифференциальной функцией распределения

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<0;\\ 0{,}5\cdot e^{-0{,}5x}, & x\ge 0.\end{cases}$$

2 Задачи реконструктивного уровня

1. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & -2\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ -3 & 1 & 2\end{pmatrix}$. Вычислить $A^T B$.
2. Дана матрица $\begin{pmatrix}2 & -2 & 5\\ 7 & 3 & -3\\ 1 & 3 & 9\end{pmatrix}$. Найти матрицу $3A^2$.
3. Вычислить алгебраическое дополнение к элементу a_{23} матрицы.
4. Вычислить минор к элементу a_{13} матрицы $\begin{pmatrix}2 & -2 & 5\\ 4 & 2 & -3\\ 1 & 3 & 9\end{pmatrix}$.
5. Дана матрица $A=\begin{pmatrix}2 & -2 & 5\\ 4 & 2 & -3\\ 1 & 3 & 9\end{pmatrix}$. Найти обратную матрицу.
6. Решить систему методом Крамера $\begin{cases}2x-7y+5z=-1\\ 5x+3y-2z=6\\ 6x-3y+2z=5\end{cases}$.
7. Найти проекцию вектора $\overline{a}=(2, -4, 7)$ на вектор $\overline{b}=(-3, 0, 4)$.

8. Найти расстояние от точки А(3,-1) до прямой $y = 3x - 4$.

9. Даны вершины треугольника А(4; -7); В(7; 0) и С(-3; 2). Составить уравнение медианы, проведенной из вершины А.

10. Даны вершины треугольника А(1; -3); В(2; 0) и С(-3; 2). Составить уравнение высоты, проведенной из вершины А.

11. Даны координаты трех точек А(4; -7); В(7; 0) и С(-3; 2). Составить уравнение прямой, проходящей через т. С, параллельно прямой АВ.

12. Привести уравнение $3x^2 + 4y^2 - 12x = 0$ к каноническому виду. Определить вид кривой, найти координаты фокусов. Сделать чертеж.

13. Привести уравнение $5x^2 - 4y^2 + 16y - 36 = 0$ к каноническому виду. Определить вид кривой. Сделать чертеж.

14. Составить уравнение прямой, проходящей через центр окружности $4x^2 + 4y^2 + 16y - 9 = 0$, параллельно прямой $y = -3x + 1$.

15. Вычислить пределы функций:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1-4x^3}{2x^3 - 3x^2 - 3} \qquad \lim_{x\to\infty} xe^{-3x}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{5x}{arctg\, 2x} \qquad \lim_{x\to 0} \frac{3x}{\sqrt{4+2x} - 2}$$

16. Вычислить производную:

$$y = e^{-3x^2} \sin 5x \qquad y = x\cos^3 5x$$

$$y = \sqrt[3]{9tgx - x)} \qquad y = \frac{\arcsin 3x}{\sqrt{3-4x^2}}$$

$$yx^2 - \cos xy = 0 \qquad \begin{cases} x = e^{2t}\cos t \\ y = e^{2t}\sin t \end{cases}$$

17. Составить уравнение касательной к кривой $y^2 - 3xy + 4x^2 - 5x + y + 2 = 0$ в точке $M(1;\ 1)$.

18. Вычислить интегралы

$$\int \frac{xdx}{\sin^2 3x} \qquad \int x^2 \ln x dx \qquad \int \frac{xdx}{(3x-5)^4}$$

$$\int \frac{x^3 dx}{x^2 + 4} \qquad \int \frac{dx}{x^3 - 2x^2 - 3x} \qquad \int \frac{xdx}{x^2 + 4x + 6}$$

$$\int \cos^3 3x dx \qquad \int \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}} \qquad \int \frac{dx}{x\sqrt{4 - 6x + x^2}}$$

$$\int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{x^2+4x+6}} \qquad \int_{-1}^1 x\,arctg\,2x\,dx \qquad \int_0^1 \frac{(4x+1)dx}{x^2+x-20}$$

$$\int_0^2 \frac{x^2+2}{x^2-9}dx \qquad \int_2^3 \frac{dx}{2+\sqrt{4x-5}} \qquad \int_1^3 \frac{dx}{x^3-3x^2-4}.$$

19. Вычислить среднее значение функции $y(x)=\frac{x}{x^2+4x+5}$ на интервале $[0;\ 3]$.
20. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной кривыми $y=e^{2x}$, $y=e^{-2x}$, $x=2$.
21. Вычислить длину части параболы $y=x^2-6x-6$, отсеченной прямой $x+y-6=0$.
22. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси *Ox* плоской фигуры, ограниченной кривой $y=6x-x^2$ и прямой $y=8$.
23. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной кривой $y=x^2-4x+4$ и прямой $y=4$.
24. Вычислить несобственные интегралы

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{3x^2+4x+5} \qquad \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x}}$$

$$\int_{e^2}^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}} \qquad \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$$

25. Исследовать на сходимость несобственные интегралы

$$\int_1^{+\infty} \frac{x^2}{3+\sqrt{x^5+2}}dx \qquad \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^5+4x^2}}$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{\cos^2 x}{x^3+4x+1}dx \qquad \int_0^4 \frac{dx}{x^2+\sqrt{x}}$$

26. В рекламном агентстве имеется 10 агентов и 4 менеджера. Сколько существует способов составить бригаду, состоящую из трех агентов и одного менеджера?
27. Среди 20 студентов группы, из которых 5 отличников, случайно выбирают 3 человек для участия в тестовой работе. Какова вероятность того, что среди выбранных будет только один отличник?
28. Два шарика случайным образом раскладываются по пяти лункам. Найти вероятность того, что пустые лунки чередуются с заполненными.
29. Три стрелка производят залп по одной мишени. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,7, для второго – 0,8, для третьего – 0,9. Для поражения цели достаточно двух попаданий. Найти вероятность того, что цель поражена.
30. В квадрат, сторона которого 5 см, наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что эта точка попадет в круг, вписанный в квадрат.
31. Три ящика содержат по 10 деталей. В первом ящике — 6 стандартных деталей, во втором — 7, в третьем — 9. Из наудачу взятого ящика вынимают одну деталь, она оказалась стандартной. Найти вероятность того, что деталь была взята из третьего ящика.
32. Неисправное реле в 40% случаев не срабатывает. Какова вероятность того, что при 10 испытаниях ровно 4 раза реле не сработает.

33. При длительном хранении 10% деталей выходит из строя. Найти вероятность того, что из наугад выбранных 400 деталей окажется: а) ровно 350 годных; б) не менее 350 годных.
34. Автоматическая линия выпускает 1000 деталей в час с вероятностью выпуска бракованной детали 0,004. Найти вероятность того, что за полчаса линия выпустит ровно три бракованных детали.
35. Игральную кость подкидывают 10 раз. Случайная величина X – количество появлений трех очков. По какому закону распределена случайная величина X? Найти $M(X)$, $D(X)$ и $\sigma(X)$.
36. Бросается игральная кость до первого появления пяти очков. Случайная величина X - количество подбрасываний кости. По какому закону распределена случайная величина X? Найти $M(X)$, $D(X)$ и $\sigma(X)$.
37. Найти математическое ожидание случайной величины X, заданной дифференциальной функцией распределения

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{3}{64}(x-4)^2 & x\in[0,4]\\ 0 & x\notin[0,4]\end{cases}$$

38. Найти математическое ожидание случайной величины X, заданной интегральной функцией распределения вероятностей

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ \dfrac{3x+x^2}{10}, & 0<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$$

39. Найти $P(2\le X\le 4)$ и функцию распределения случайной величины X, заданной плотностью распределения

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<0;\\ 0{,}5\cdot e^{-0{,}5x}, & x\ge 0.\end{cases}$$

40. Непрерывная случайная величина имеет нормальное распределение. Ее математическое ожидание равно $a=10$, среднее квадратическое отклонение равно $\sigma=2$. Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение в интервале (8; 12).

3 Задачи творческого уровня

1. Найти все решения системы $\begin{cases}2x-7y+5z=14\\ 5x+4y-2z=-3\\ 3x-11y+7z=17\end{cases}$.
2. Вычислить ранг матрицы $\begin{pmatrix}2 & 3 & 4 & -5\\ 3 & -4 & 1 & 0\\ 6 & 0 & 6 & -4\end{pmatrix}$.
3. Образуют ли три вектора $\bar{a}=$(-1; -2; 3), $\bar{b}=$(2; 3;-4) и $\bar{c}=$(3; 4; -5) базис в пространстве R^3? Ответ обосновать.
4. Даны координаты вершин треугольника A(1, 3), B(2, -3) и C(0, -1). Вычислить длину высоты, опущенной из вершины A.

5. Найти координаты точки, симметричной точке M(2; -7) относительно прямой $3x+5y+15=0$.
6. Через точку M(2; -3) провести прямые, образующие угол 45^0 с прямой 2x-3y+6=0.
7. Даны вершина C(-1; 3) прямого угла равнобедренного прямоугольного треугольника и его гипотенуза 3x-4y-12=0. Найти уравнения катетов.
8. Найти расстояние между прямыми $y=3x-4$ и $\begin{cases} x=2t-4 \\ y=6t-1 \end{cases}$.
9. Составить уравнение плоской кривой, каждая точка которой равноудалена от прямой x=8 и от точки F(-1; 2).
10. Составить уравнение плоской кривой, каждая точка которой находится на расстоянии 4 ед. от точки O(5; -2).
11. Вычислить пределы функций:

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{2x^3}-\frac{1}{x}\right) \qquad \lim_{x\to 1}\frac{3x^2-2x-1}{2x^3-x-1}$$

$$\lim_{x\to \pi}\frac{\sin x}{\pi - x} \qquad \lim_{x\to \infty}\left(\frac{3x+3}{3x-2}\right)^x$$

12. Вычислить производную:

$$y=e^{-3x^2}\sin 5x \qquad y=x\cos^3 5x$$

$$y=\ln(x+\sqrt[3]{9x^2-1}) \qquad y=\frac{\arcsin^3 3x}{\sqrt{3-4x^2}}$$

$$\operatorname{arctg}\frac{y}{x}-\cos xy=0 \qquad \begin{cases} x=\operatorname{ctg}\dfrac{1}{t} \\ y=(t^3-1)\ln\sqrt{t} \end{cases}$$

13. Составить уравнение касательной к кривой $3x^3-2x^2y-6xy+y^3+4=0$ в точке $M(1;\ 1)$.
14. Вычислить интегралы:

$$\int x\ln^2 x dx \qquad \int\frac{\sqrt{x}dx}{1+2\sqrt[3]{x}} \qquad \int\frac{dx}{e^x+4}$$

$$\int\frac{x^3dx}{x^2+4x-5} \qquad \int\frac{dx}{\cos^2 x+4} \qquad \int\frac{\sin xdx}{\cos x-2\sin x}$$

$$\int\cos^4 3xdx \qquad \int\frac{x^3dx}{\sqrt{4-x^2}} \qquad \int x^3\sqrt{x^2+1}dx$$

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} x\sin^2 2xd \qquad \int_0^1 x(3x-2)^5dx \qquad \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{xdx}{\cos^2 2x}$$

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{4+\sin x} \qquad \int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-2}}{x^4} d. \qquad \int_0^4 x^3\sqrt{x^2+1}dx$$

15. Вычислить среднее значение функции $y=\dfrac{1}{e^x-1}$ на интервале $[\ln 2\,; 2\ln 2]$.
16. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной кривыми $y=e^{2x}, \quad y=e^{-2x}, \quad y=e^2$.
17. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{9}=1$ и $x=4$.
18. Вычислить длину дуги $y=\ln(\sin x)$ при $\dfrac{\pi}{3}\le x\le\dfrac{\pi}{2}$.
19. Вычислить объем тела, полученного вращением плоской фигуры, ограниченной кривыми $y=4-x^2$ и $x-y+4=0$ вокруг оси Оу.
20. Вычислить площадь поверхности тела, образованного вращением вокруг оси *Ox* параболы $y=6x-x^2$, ограниченной прямой $y=8$.
21. Вычислить несобственные интегралы

$$\int_1^{+\infty}\frac{dx}{x\sqrt{4+\ln^2 x}} \qquad \int_1^{+\infty}\frac{dx}{x\sqrt{3x^2+4x+5}}$$

$$\int_{-2}^{0}\frac{dx}{2-\sqrt{3-x}} \qquad \int_2^3\frac{xdx}{\sqrt{x^2-x-2}}$$

22. Исследовать на сходимость несобственные интегралы

$$\int_0^{+\infty}\frac{x^2}{\sqrt{x^5-2x+3}}dx \qquad \int_0^4\frac{dx}{x^2+\sqrt{x}}$$

$$\int_1^{+\infty}\frac{\ln x}{x^3+4x+1}dx \qquad \int_1^{+\infty}\frac{\sin x}{x^2+3x+4}dx$$

23. Какова вероятность того, что четырехзначный пароль содержит ровно три одинаковые цифры? Считается, что появление любого числа (от 0 до 9) равновероятно.
24. В билете лотереи зачеркиваются 6 чисел из 36. Если из зачеркнутых совпали два и больше чисел с номерами, которые выдаст лототрон, то билет выигрышный. Найти вероятность выигрыша.
25. Три ящика содержат по 10 деталей. В первом ящике — 6 стандартных деталей, во втором — 7, в третьем — 9. Из наудачу взятого ящика вынимают две детали. Найти вероятность того, что обе детали окажутся стандартными.
26. В партии 10 изделий, среди которых 5 второго сорта. Проверяют по одному изделию, пока не обнаружат второсортное. Случайная величина X – число проверенных изделий. Найти математическое ожидание и дисперсию.
27. Завод отправил потребителю партию из пятисот изделий. Вероятность повреждения изделия в пути равна 0,002. Найти вероятность того, что потребитель получит не более двух поврежденных изделий.
28. Вероятность попадания в цель для стрелка при одном выстреле не зависит от результатов предшествующих выстрелов и равна 0,8. Спортсмен сделал 8 выстрелов. Найти вероятность того, что стрелок попал в цель не меньше 6 раз.

29. На сборку поступают детали с двух автоматов: 60% - с первого, 40% - со второго. На первом автомате брак составляет 4%, а на втором 6%. Для контроля отобрали три детали. Случайная величина X - число бракованных деталей среди извлеченных. Указать, какое распределение имеет случайная величина X. Найти математическое ожидание и дисперсию.
30. Найти математическое ожидание и функцию распределения случайной величины X, заданной плотностью распределения вероятностей

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\notin[0,4]\\ \dfrac{x}{4}, & x\in(0,2)\\ 1-\dfrac{x}{4}, & x\in[2,4]\end{cases}.$$

31. Дана плотность распределения случайной величины X:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\notin[-2,2]\\ C\left(4-x^2\right), & x\in[-2,2]\end{cases}.$$

Найти значение C, математическое ожидание случайной величины X и функцию распределения.
32. Коробки с мармеладом упаковываются автоматически. Их средняя масса равна 900 г. Вес коробок - случайная величина, распределенная по нормальному закону. Известно, что 2% коробок имеют массу, большую 1 кг. Найти процент коробок, масса которых не превышает 850 г.